

# Atomisation sous un champ d'accélération

## Atomization under an acceleration field

Roger Prud'homme<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut d'Alembert, Paris, roger.prud\_homme@upmc.fr

**RÉSUMÉ.** Les champs d'accélération autres que gravitaires sont sources d'instabilités de couches et de jets liquides. Deux cas conduisant à l'atomisation avec une étape de fibres liquides sont abordés sommairement : les vibrations ultrasoniques et l'injection par jets parallèles ou concentriques. La distribution en taille des gouttes formées est importante pour la conception des moteurs et l'efficacité de la combustion. L'influence des divers paramètres, dont le rapport de densité des jets d'injection, fait l'objet de recherches actuelles.

**ABSTRACT.** Acceleration fields other than gravity are sources of instabilities of water layers and liquid jets. Two cases leading to atomization with a liquid fiber step are briefly discussed: ultrasonic vibrations and injection by parallel or concentric jets. The size distribution of formed drops is important for engine design and combustion efficiency. The influence of the various parameters, including the ratio of injection jet density, is the subject of current research.

**MOTS-CLÉS.** atomisation, instabilités, fibres, gouttelettes, accélération, vibrations, écoulement cisailé, moteurs.

**KEYWORDS.** atomization, instabilities, fibers, droplets, acceleration, vibration, shear-flow, engines.

### Liste des symboles

| Symbole      | Signification                                                               | Symbole          | Signification                                        |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------------------------------------------|
| $a$          | accélération à la crête d'une vague                                         | $p_m, q_m$       | fréquence, amplitude dans l'équation de Mathieu-Hill |
| $a_m(t)$     | coefficient                                                                 | $Re$             | nombre de Reynolds                                   |
| $b$          | épaisseur de la crête                                                       | $S_m$            | fonction propre du laplacien de surface              |
| $C_{axi}$    | constante de proportionnalité                                               | $t$              | temps                                                |
| $C_D$        | coefficient de traînée                                                      | $T$              | temps réduit                                         |
| $D, d$       | diamètre d'une goutte                                                       | $U_i$            | vitesse du fluide $i$                                |
| $D_{p,q}$    | diamètre moyen associé aux indices $p, q$                                   | $U_c$            | vitesse de convection de vague                       |
| $D_{3,2}$    | diamètre de Sauter                                                          | $\mathbf{V}$     | vecteur vitesse                                      |
| $e$          | épaisseur de séparation en sortie d'injecteur                               | $We$             | nombre de Weber                                      |
| $E^*$        | énergie mise en jeu dans un feu d'artifice                                  | $x, y$           | coordonnées                                          |
| $E^c$        | énergie critique                                                            | $\alpha$         | rapport $b/\lambda_{axi}$                            |
| $f'$         | accélération maximum d'une oscillation                                      | $\beta$          | angle de la plaque de séparation                     |
| $\mathbf{F}$ | vecteur force agissant sur l'unité de volume                                | $\delta_G$       | épaisseur de vorticité du jet gazeux                 |
| $g$          | accélération de la pesanteur                                                | $\phi$           | potentiel de vitesse                                 |
| $h$          | épaisseur de liquide                                                        | $\lambda_{axi}$  | longueur d'onde de Kelvin-Helmholtz                  |
| $H_G, H_L$   | épaisseur des jets de gaz, respectivement de liquide, en sortie d'injecteur | $\lambda_{RT}$   | longueur d'onde de Rayleigh-Raylor                   |
| $i$          | fluide (liquide L ou gaz G)                                                 | $\mu$            | coefficient de viscosité de cisaillement             |
| $k$          | nombre d'onde                                                               | $\mu(p_m, q_m)$  | coefficient de l'équation de Mathieu-Hill            |
| $k^*$        | valeur propre du laplacien de surface                                       | $\nu$            | viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$               |
| $M$          | rapport des énergies cinétiques gaz/liquide                                 | $\rho$           | masse volumique                                      |
| $p$          | pression                                                                    | $\sigma$         | tension superficielle                                |
|              |                                                                             | $\omega$         | pulsation                                            |
|              |                                                                             | $\zeta(x, y, t)$ | côte d'une surface perturbée en 2D                   |

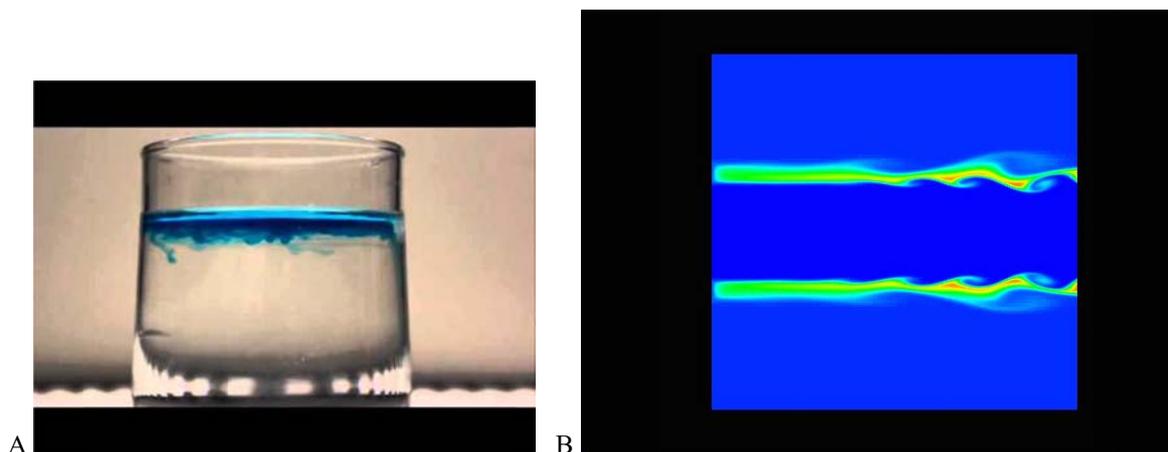
*Nota* : Cet article est une mise en forme actualisée d'une communication orale faite par l'auteur dans le cadre du Groupement de recherche Micropesanteur Fondamentale et Appliquée, intitulée : Atomisation sous champ d'accélération. Colloque du GDR MFA – Belgodère – 11/14 octobre 2016.

## 1. Introduction

### 1.1. Deux instabilités classiques

Le mouvement des corps résulte de la loi de Newton donnant localement l'égalité entre la force appliquée et la quantité d'accélération qui en résulte. Le mouvement d'un liquide dépend des champs de force qui lui sont appliqués par contact local – par exemple sous l'effet du frottement – ou à distance - comme sous l'effet de la pesanteur, d'un champ électrique, magnétique ou d'accélération d'entraînement. Une structure liquide en équilibre ou en mouvement régulier peut être déstabilisée sous l'effet de tels champs.

On connaît bien l'instabilité de Rayleigh-Taylor entre deux couches liquides horizontales superposées, initialement au repos. Si la couche liquide supérieure est la plus dense, il pourra se former spontanément des digitations de ce liquide le plus dense à l'intérieur du fluide le moins dense (figure 1A). L'analyse linéarisée du phénomène donne une courbe de croissance des petites perturbations et permet de déterminer le domaine d'instabilité en présence ou non de tension superficielle  $\sigma$  dans le plan  $(k, \omega_i)$  du nombre d'onde en fonction de la fréquence<sup>i</sup>.



**Figure 1.** A) Instabilité Rayleigh-Taylor produite en injectant soigneusement de l'eau colorée chaude dans un verre d'eau froide. Initialement, cette configuration est stable mais comme l'eau colorée se refroidit et devient plus dense que l'eau en-dessous, elle devient instable. Les « champignons » tombant sont caractéristiques de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, d'après Jens Niemeyer<sup>ii</sup>. B) Double Kelvin-Helmholtz en aval d'un injecteur O2-H2 allumé<sup>iii</sup> (Tiré de la vidéo aimablement fournie par les auteurs).

Si les deux liquides superposés sont dans des mouvements de vitesses différentes  $(U_1, U_2)$ , l'on a affaire à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz<sup>iv</sup>, caractérisée par des enroulements des fluides le long de l'interface, qui se propagent avec une vitesse de convection  $U_c$ . Si les vitesses sont élevées et  $U_1 > U_2$ , on trouve :

$$U_c = U_1 \left( 1 - U_2 / U_1 \left( \sqrt{\rho_2 / \rho_1} \right) \right) \left( 1 + \sqrt{\rho_2 / \rho_1} \right)^{-1} \quad [1]$$

où  $(\rho_1, \rho_2)$  sont les masses volumiques respectives des fluides.

La figure 1B montre de tels enroulements dans le cas d'une injection d'oxygène liquide dans de l'hydrogène gazeux avec combustion.

## 1.2. L'atomisation

L'atomisation d'un liquide est la transformation d'une quantité compacte de celui-ci en gouttelettes. Elle peut se faire sous de multiples formes et le processus généralement plusieurs étapes<sup>v</sup>.

Azzopardi<sup>vi</sup> a étudié la formation des gouttelettes dans une conduite. Certaines d'entre elles se forment par arrachement au niveau d'un film liquide présent sur la paroi interne. Le processus est complexifié par les échanges thermiques en lien avec le phénomène d'évaporation. Les gouttes formées de diverses manières sont susceptibles de se transformer en poches liquides et d'éclater en se dispersant en fines gouttelettes – avec éventuellement une étape intermédiaire ligamenteuse.

Marmottant et Villermaux<sup>vii</sup> ont obtenu expérimentalement des ligaments (ou fibres) en retirant plus ou moins rapidement un tube vertical plongé initialement dans un liquide. Les études qu'ils ont menées tendent à montrer que la structure interne en boulettes des ligaments liquides étirés est gouvernée par des lois statistiques tout comme celle des ensembles moléculaires en thermodynamique statistique.

Antkowiak *et al.*<sup>viii</sup> ont étudié expérimentalement la formation d'une fibre obtenue par choc d'une éprouvette sur une surface solide. Ils ont montré – entre autres – le rôle de la courbure de l'interface liquide-gaz dans l'obtention du ligament.

Plus récemment, Inoue *et al.* ont étudié le difficile problème de la fragmentation en cascade dans les feux d'artifice<sup>ix</sup>. A ce titre ils ont examiné en particulier l'évolution d'une gouttelette perturbée par l'éclatement d'une cavité gazeuse interne. Ils montrent ainsi que la goutte peut osciller autour de sa forme sphéroïdale initiale lorsque l'énergie  $E_*$  mise en jeu est plus petite qu'une certaine valeur critique  $E_*^c$ . Lorsque  $E_*$  est suffisamment élevée, la goutte peut aussi se déformer en un ligament assez allongé pour se fragmenter.

Nous nous intéressons dans ce qui suit à des situations conduisant à la formation de gouttes avec les caractéristiques suivantes :

- Champ d'accélération d'origine mécanique en présence ou non de la pesanteur.
- Processus comprenant la formation de ligaments (ou fibres, ou filaments).

L'atomisation résulte du développement d'instabilités. Nous donnerons deux exemples de génération de gouttelettes consécutives à :

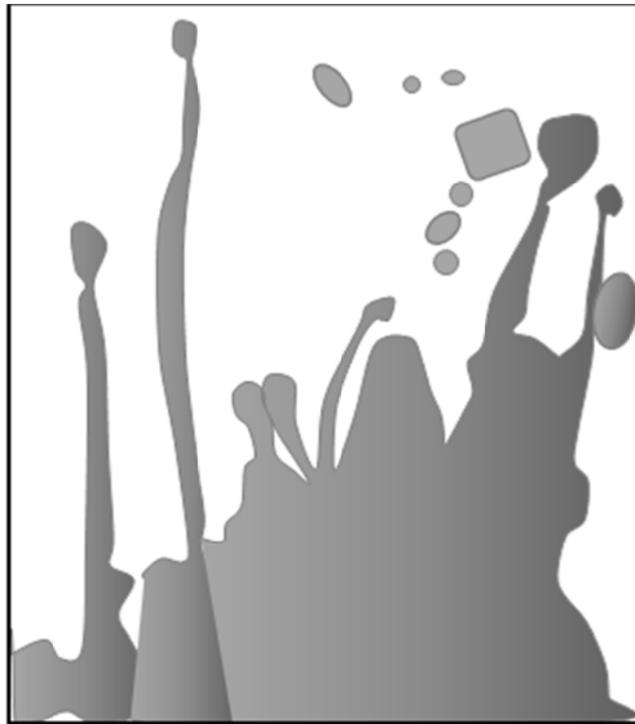
- l'instabilité paramétrique obtenue par vibrations normales à la couche liquide et
- l'instabilité de Rayleigh-Taylor en crête d'une onde axiale.

D'autres exemples d'atomisation seront sommairement présentés ensuite.

## 2. Génération de gouttelettes par vibrations normales à la couche liquide

Dans ce premier exemple cité, le champ d'accélération étudié est donné et dû à la *vibration forcée d'un récipient*<sup>x xi xii</sup>.

On se propose de générer des gouttelettes par vibrations ultrasoniques d'un récipient normales à la couche liquide d'épaisseur  $h$ . L'instabilité résultante est appelée instabilité paramétrique ou *instabilité de Faraday*. Pour certaines fréquences et amplitudes d'oscillation, la surface liquide est fortement déformée et laisse voir des structures non linéaires en fibres plus ou moins enchevêtrées donnant naissance à des gouttelettes en gouttelettes comme le montre la figure 2.



**Figure 2.** Atomisation d'une solution d'eau distillée 80% de glycérine, à la fréquence de 20 Hz, dessin d'après un cliché de Goodridge<sup>xiii</sup>. On observe une surface extrêmement perturbée avec des fibres donnant naissance à des gouttelettes.

Le traitement résumé ci-dessous est celui de Benjamin et Ursell<sup>xiv</sup>, repris par Marie Lalo<sup>xv</sup>. On considère la situation, schématisée sur la figure 3, d'une couche liquide dans un récipient horizontal soumis à une oscillation forcée verticale.

Ecrivons les équations du mouvement dans le référentiel lié au récipient :

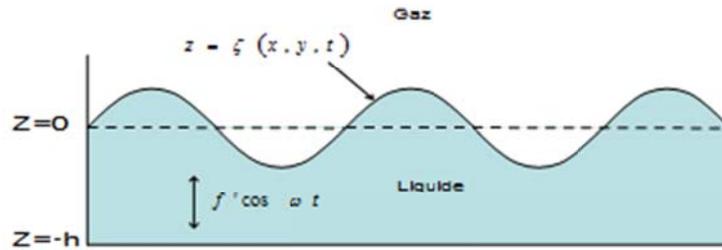
$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{F} = \rho(g - f' \cos \omega t) \mathbf{e}_z, \quad \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \otimes \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad [2]$$

On fait l'hypothèse d'un potentiel de vitesse  $\phi$ .

Les conditions aux limites après linéarisation sont les suivantes, en  $z=0$  :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=0} + \frac{\sigma}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - (g - f' \cos \omega t) z = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad [3]$$

Soient  $k_m^2$  les valeurs propres du laplacien de surface  $\nabla_{//}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$



**Figure 3.** Masse liquide excitée par une oscillation ultrasonique. L'axe Oz est orienté suivant la verticale descendante. Le plan xOy est horizontal.

Les fonctions propres indépendantes  $S_m(x, y)$  sont telles que

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_m^2 \right) S_m(x, y) = 0$$

On décompose alors sur la base des  $S_m$ , ce qui donne :

$$\zeta(x, y, t) = \sum_0^{\infty} a_{m(t)} S_m(x, y)$$

On obtient :

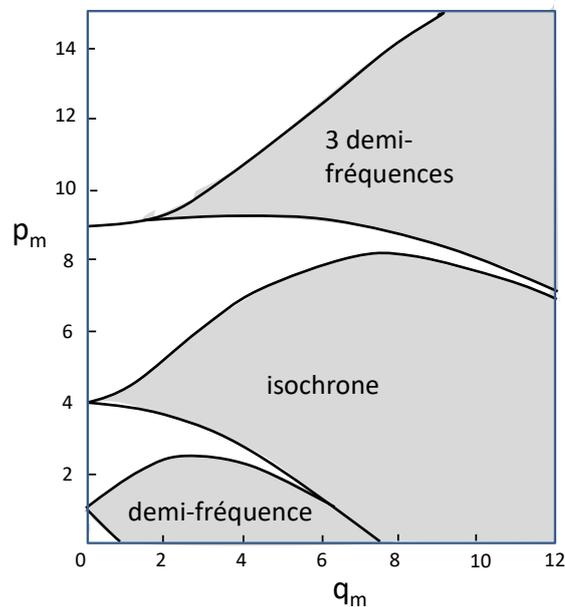
$$\frac{d^2 a_m}{dt^2} + k_m \text{th}(k_m h) \left( \frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g - f' \cos \omega t \right) a_m = 0$$

En posant :  $T = \omega t/2$  et

$$\begin{cases} p_m = \frac{4k_m \text{th}(k_m h)}{\omega^2} \left( \frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g \right) \approx \text{fréquence} \\ q_m = \frac{2k_m f' \text{th}(k_m h)}{\omega^2} \approx \text{amplitude d'oscillation} \end{cases}$$

on déduit l'équation de Mathieu-Hill <sup>xvi</sup> :

$$\frac{d^2 a_m}{dT^2} + (p_m - 2q_m \cos 2T) a_m = 0$$



**Figure 4.** Diagramme de stabilité d'une couche liquide soumise à une oscillation forcée : on observe des zones d'instabilité séparées.

On trouve finalement :  $a_m(T) = e^{i\mu T} \Theta(T)$ ,  $\mu = \mu(p_m, q_m)$ , avec  $\Theta$  fonction périodique de  $T$ .

Le diagramme de stabilité est reporté sur la figure 4.

La stabilité de la surface libre d'un liquide soumis à une oscillation forcée dépend de l'excitation imposée (amplitude d'accélération  $f'$  et pulsation  $\omega$ ) et des propriétés du liquide (tension de surface et masse volumique).

### 3. Instabilité de Rayleigh-Taylor en crête d'une onde axiale

Dans ce second exemple, le champ d'accélération étudié provient des forces de frottement exercées par l'écoulement d'un jet gazeux sur une vague liquide créée initialement par ce même écoulement sur la surface du liquide, plane dans l'état de référence. Il s'agit d'une *étude phénoménologique*.

La structure d'écoulement étudiée est représentée sur la figure 5.

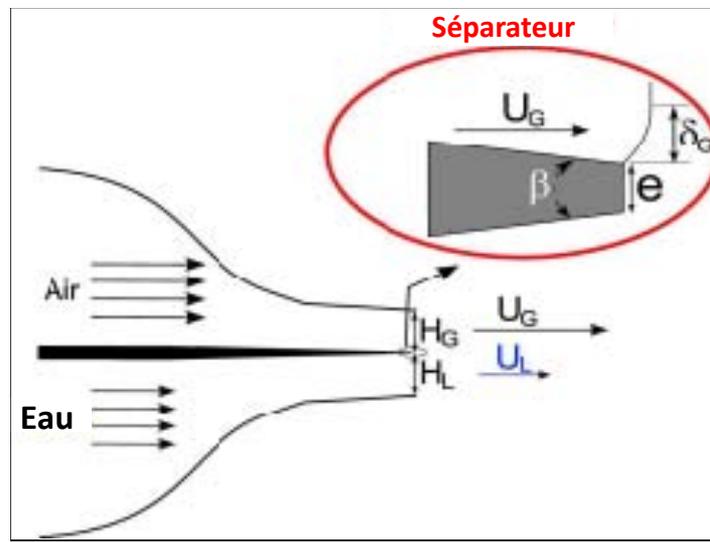
L'injection superposée des fluides est telle que le *rapport des quantités de mouvement* du gaz et du liquide soit grand

$$M = \rho_G U_G^2 / \rho_L U_L^2 \gg 1$$

Selon Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger, les choses se passent comme suit :

En premier lieu il se forme des ondes axiales (les vagues alignées perpendiculairement à la direction de l'écoulement) suivant un processus linéaire de Kelvin-Helmholtz. On montre que la longueur d'onde de la vague est :

$$\lambda_{axi} = C_{axi} \sqrt{\rho_L / \rho_G} \delta_G$$



**Figure 5.** Schéma du dispositif utilisé par Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger (2006)<sup>xvii</sup>.  $\delta_G$  est l'épaisseur de vorticité.

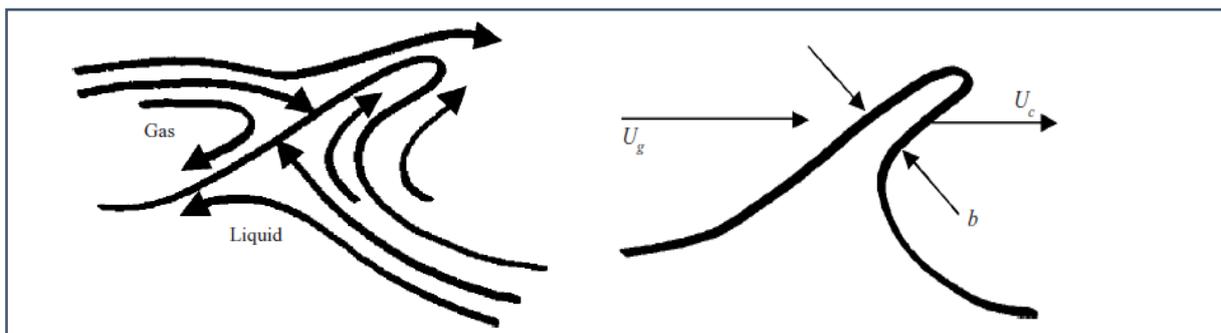
Ces ondes s'amplifient de manière non linéaire et subissent un champ d'accélération à leur crête.

Ce champ d'accélération n'était pas pris en compte dans l'étude linéarisée des ondes axiales. Pour étudier cette nouvelle instabilité, il faut partir de la crête de l'onde axiale soumise à l'accélération due à l'action du gaz extérieur (figure 6) et égale à :

$$a = (C_D \rho_G / 2b \rho_L) (U_G - U_C)^2$$

où  $b$  est l'épaisseur de la crête (une fraction définie de la longueur d'onde  $\lambda_{axi}$ ) et  $C_D$  le coefficient de traînée.

A ce niveau il se produit une instabilité de type Rayleigh-Taylor entre deux fluides superposés<sup>xviii</sup>. On aura simplement à remplacer l'accélération  $g$  de la pesanteur par l'accélération  $a$ .



**Figure 6.** Ce qui se passe en crête de l'onde axiale résultant de l'instabilité convective de Kelvin-Helmholtz. La vitesse de convection est<sup>xix</sup>

$$U_C = U_G \left( 1 - U_L / U_G \sqrt{\rho_L / \rho_G} \right) / \left( 1 + \sqrt{\rho_L / \rho_G} \right)$$

On trouve donc :

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{3\sigma / a\rho_L}$$

et l'on obtient finalement, en utilisant les relations précédentes :

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}} \delta_G \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4} \left[ \frac{\rho_G (U_G - U_C)^2 \delta_G}{\sigma} \right]^{-1/2}$$

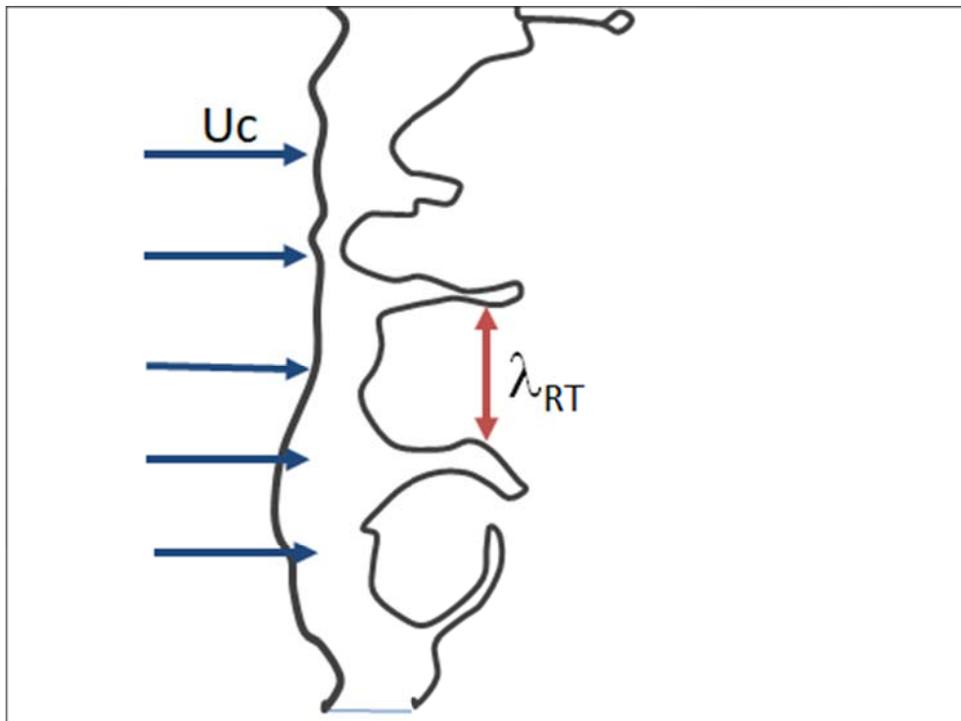
Avec l'hypothèse admise  $M \gg 1$ , et en posant :

$$We_{c_0} = \frac{\rho_G (U_G - U_C)^2 \delta_G}{\sigma}$$

il vient :

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}} \delta_G \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4} We_{c_0}^{-1/2}$$

La figure 7 montre les fibres attachées à la crête de l'onde de Kelvin-Helmholtz dues à l'instabilité de Rayleigh-Taylor. On observe aussi des gouttelettes qui s'en détachent.



**Figure 7.** Ondes transverses de longueur d'onde  $\lambda_{TR} \propto U_G^{-1/4} (U_G - U_C)^{-1}$   
(vue de dessus, dessin d'après un cliché de Ben Rayana et al., 2006)

### Distribution en taille des gouttes

On vérifie expérimentalement que la taille moyenne des gouttes est proportionnelle à la longueur d'onde de Rayleigh-Taylor  $\lambda_{RT}$ .

*Rappel<sup>xx</sup>*

*Distribution continue* : les tailles statistiques de gouttes se définissent à partir de la fonction de distribution continue  $f(D)$ .

$$D_{pq} = \left( \frac{\int_0^\infty D^p f(D) dD}{\int_0^\infty D^q f(D) dD} \right)^{1/p-q}$$

Distribution discrète (nombre fini de gouttes) :

$$D_{pq} = \left( \frac{\sum_1^N d_i^p}{\sum_1^N d_i^q} \right)^{1/p-q}$$

On considère généralement le diamètre moyen  $D_{10}$  et le diamètre de Sauter  $D_{32}$  égal à la somme des volumes divisé par la somme des aires.

Remarque

Notons que Lasheras et Hopfinger<sup>xxi</sup> ont présenté la topologie des mécanismes d'atomisation de jets liquides. Le régime typique d'injecteur coaxial LPRE (Liquid Propellant Rocket Engine) est le régime en fibres (fiber type atomisation) que nous avons présenté ici. Ce régime est rencontré lorsque le nombre de Weber des gouttes de liquide  $We(D_L)$  est supérieur à un seuil compris entre 100 et 1000 dépendant du  $Re$  liquide (voir la figure 7). Il occupe un petit domaine dans le diagramme de stabilité, où :

$$We = \rho_G U_G D_L / \sigma, \quad Re_L = U_L D_L / \nu_L, \quad M = \rho_G U_G^2 / \rho_L U_L^2$$

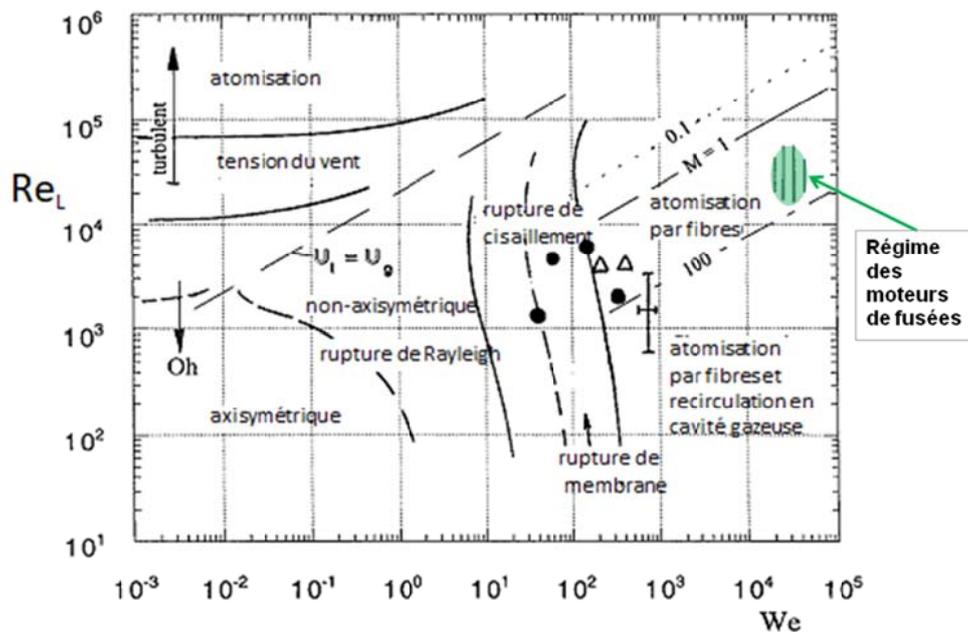


Figure 8. Régimes de rupture dans l'espace des paramètres  $Re_L / We$ . Les lignes à  $M$  constant sont calculées pour eau-air et  $D_L=7mm$

#### 4. Travaux récents

La taille des gouttelettes est une quantité fondamentale pour la conception des propulseurs à propergols liquides. Elle est déterminante pour l'efficacité de la combustion dans les moteurs à combustion interne.

Les formules utilisées sont souvent semi-empiriques (voir par exemple les études de Marmottant et Villermaux ou celle de Lasheras et Hopfinger résumée en section 4). Des modèles stochastiques ont été proposés par Gorokhovski *et al.*<sup>xxii</sup> pour les injecteurs à jets coaxiaux.

Des investigations sont en cours à l'ONERA avec une installation et des diagnostics spécifiques afin de déterminer des lois correctes pour les diamètres moyens et la distribution en taille des gouttelettes. En particulier il est crucial d'avoir des formules correctes pour le rôle du rapport des densités lorsque celles-ci sont très différentes<sup>xxiii</sup>. Des travaux ont été publiés en 2015<sup>xxiv</sup>, en 2016<sup>xxv</sup> et en 2017<sup>xxvi</sup>.

## 5. Conclusion

Les fluides en mouvement présentent des instabilités interfaciales qu'il n'est pas toujours possible de faire apparaître par l'étude en petites perturbations linéarisées. Ainsi entre deux jets parallèles de vitesses très différentes, si l'étude linéaire fait apparaître une instabilité de Kelvin-Helmholtz, il faut considérer le développement ultérieur de cette instabilité primaire pour expliquer l'apparition d'une autre instabilité. La prise en compte séparée du champ d'accélération créé en crête de l'onde primaire permet d'expliquer cette nouvelle instabilité qui est de type de Rayleigh-Taylor.

Il est probable qu'un calcul non linéarisé en 3D ferait apparaître d'emblée les deux instabilités, mais aucun n'a été publié pour le moment à notre connaissance<sup>xxvii</sup>.

La résolution numérique a été faite en 2D par Fuster *et al.*, qui ont comparé avec l'analytique et les expériences. Les codes DNS existant à l'heure actuelle devraient permettre la résolution en 3D.

L'enjeu est important car les structures liquides qui apparaissent sont une étape de l'atomisation en gouttelettes<sup>xxviii</sup>. Or la taille des gouttelettes est un point essentiel de l'efficacité de la combustion ultérieure dans les moteurs. De nouvelles expériences sont en préparation à l'ONERA à ce sujet<sup>xxix</sup>. Il est capital de vérifier expérimentalement les formules de la littérature proposées pour la taille moyenne et pour la distribution des tailles des gouttelettes. On peut observer en effet des écarts entre les diverses formules théoriques, empiriques ou semi-empiriques.

## Références

- 
- <sup>i</sup> Lamb H., *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1945.
- <sup>ii</sup> Jens Niemeyer, <https://youtu.be/yabqo7VFTYs>
- <sup>iii</sup> Nicoli C., Haldenwang P., Double Kelvin-Helmholtz en aval d'un injecteur O2-H2 allumé, 2002.
- <sup>iv</sup> Chandrasekhar S., *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Clarendon Press, Oxford, 1961.
- <sup>v</sup> R, Prud'homme, *Ecoulements et réactions chimiques 3 ; applications aux mélanges réactifs*, Hermès-Science Lavoisier, Paris, 2014. ISBN 978-2-7462-4586-0
- <sup>vi</sup> Azzopardi, *Japanese J. Multiphase Flow*, vol. 2 N°1 pp. 15-35 (1988)
- <sup>vii</sup> Marmottant P., Villermaux E., *Physics of fluids*, vol. 16, (8), p. 2732-2741, 2004
- <sup>viii</sup> Antkowiak A., Bremond N., Le Dizès S., Villermaux E., Short-term dynamics of a density interface following an impact, *J. Fluid Mech.*, vol. 577, pp. 241-250 (2007).
- <sup>ix</sup> C. Inoue, Y. Izato, A. Miyake, and E. Villermaux, Direct Self-Sustained Fragmentation Cascade of Reactive Droplets, *Phys. Rev. Lett.* 118, 074502 (2017).
- <sup>x</sup> Lang R. J., *The Journal of the acoustical Society of America*, vol. 34 (1), 1962
- <sup>xi</sup> Boukra M., Cartellier A., Ducasse E. *et al.*, *C. R. Meca.*, vol. 337, p. 492-503, 2009.
- <sup>xii</sup> Parker S.H., Suh H.K., Lee C.S., *Energy and Fuels*, vol. 22, p.605-613, 2008.
- <sup>xiii</sup> Goodridge C.L., Tao Shi W., Hentschel H.E., Lathrop D.P., *Physical Review E*, Vol, 56, p.472-475, 1997.
- <sup>xiv</sup> Benjamin T.B., Ursell F., *Proc. of the Roy. Soc. of London*, vol. A 255, p. 505-515, 1954
- <sup>xv</sup> Lalo M., Thèse ENSAE-ONERA, Toulouse, 21-12-2006.
- <sup>xvi</sup> Sindayihebura D., PH. D. Thesis, Université Catholique de Louvain, 1995.

- 
- <sup>xvii</sup> F. Ben Rayana, A. Cartellier and E. Hopfinger, *iclass06-190*, Aug.27-Sept.1, 2006, Kyoto, Japan
- <sup>xviii</sup> CM. Varga, JC. Lasheras & EJ. Hopfinger, *JFM*, vol 497, pp. 424-426, 2003.
- <sup>xix</sup> Dimotakis, P. E. 1986 Two-dimensional shear-layer entrainment. *AIAA J.* 24, 1791-1796.
- <sup>xx</sup> R. Prud'homme. *Flows and chemical reactions in heterogeneous mixtures*, ISTE Wiley, 2014.
- <sup>xxi</sup> J. C. Lasheras and E. J. Hopfinger, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32:275–308, 2000
- <sup>xxii</sup> M Gorokhovski, J Jouanguy, A Chtab-Desportes, Stochastic model of the near-to-injector spray formation assisted by a high-speed coaxial gas jet, *Fluid Dyn. Res.* 41 (2009) 035509 (15pp) doi:10.1088/0169-5983/41/3/035509
- <sup>xxiii</sup> E. Porcheron, J. L. Carreau, L. Prevost, D. Le Visage, F. Roger, Effect of injection gas density on coaxial liquid jet atomization, *Atomization and Spray*, vol. 12, pp. 209-227, 2002.
- <sup>xxiv</sup> N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, A. Ristori, M. Théron, Visualization coupled with Phase Doppler Interferometry for investigation of cryogenic LOX/nitrogen and LOX/helium sprays, 7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS), 2015.
- <sup>xxv</sup> N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, A. Ristori, S. Godel, M. Théron, Caractérisation de l'atomisation d'un jet d'oxygène liquide assisté par azote gazeux au moyen de diagnostics optique, Congrès Francophone des Techniques Laser (CFTL), Toulouse, France, 13-16 septembre 2016.
- <sup>xxvi</sup> N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, M. Nugue, Granulométrie par imagerie d'un écoulement diphasique cryogénique, *Instrumentation, Mesure, Métrologie – n° 1-2/2017*, 9-27.
- <sup>xxvii</sup> D. Fuster, JP Matas S Marty *et al.*, *JFM*, vol. 736. 2013, pp 150-176.
- <sup>xxviii</sup> E. Villermaux, Ph. Marmottant, J. Duplat, *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004.
- <sup>xxix</sup> Y. Mauriot, N. Fdida, L. Vingert, S. Godel, A. Ristori, M. Théron, Characterizing coaxial primary atomization without combustion on the MASCOTTE test bench. *Thermoacoustic Instabilities in Gas Turbines and Rocket Engines: Industry meets Academia*. May 30-June 02, 2016 Munich, Germany (Paper No: GTRE-048).