

# Méthode de simulation du crash en automobile approche théorique et numérique

## Automobile crash simulation method theoretical and numerical approach

Abdelilah Elbazze<sup>1</sup>, Bouchaïb Radi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Ingénierie, Management Industriel et Innovation (IM2I) FSTS, Maroc elbazze.abdelilah@gmail.com

<sup>2</sup> Laboratoire d'Ingénierie, Management Industriel et Innovation (IM2I) FSTS, Maroc, bouchaib.radi@yahoo.fr

**RÉSUMÉ.** Le travail qui a été fait dans cet article est décrire la méthode utilisée dans la simulation du crash et qui est adaptée dans l'industrie de transport terrestre. Le travail a été réparti sur trois phases liées; une approche théorique qui explique la méthode et les équations analytiques pour représenter ces phénomènes de crash en se basant sur le principe des travaux virtuels. Une approche numérique qui explique la méthode d'intégration utilisée dans les codes du calcul pour résoudre l'équation analytique détaillée dans la première démarche, En se basant sur la méthode des EF et l'intégration temporelle avec des schémas explicites pour une meilleure représentativité de ce type de phénomène. La dernière partie se focalise sur un cas d'étude de choc numérique en détaillant toutes les phases de vérification à fin de garantir la qualité et la crédibilité numérique du modèle qui permet d'analyser le scénario de choc et les objectifs à atteindre.

**ABSTRACT.** The work that has been done in this paper is to describe the method used in crash simulation that is suitable in the ground transportation industry. The work was spread over three related phases; a theoretical approach which explains the method and the analytical equations to represent these crash phenomena based on the principle of virtual work. A numerical approach which explains the method of integration used in the codes of calculation to solve the analytical equation detailed in the first step, By basing on the method of the FE and the temporal integration with explicit schema for a better representativeness of this type of phenomenon. The last part focuses on a digital crash study case by detailing all the verification phases in order to guarantee the quality and the numerical credibility of the model which makes it possible to analyze the shock scenario and the objectives to be achieved.

**MOTS-CLÉS.** Simulation de crash, ingénierie automobile, méthode des éléments finis, schéma explicite.

**KEYWORDS.** Crash simulation, automotive engineering, finite element method, explicit schema.

### Introduction

Lors d'un accident de voiture la carrosserie du véhicule subit des charges d'impact élevées qui produisent des rotules plastiques localisées et un flambage qui peuvent finalement conduire à des grandes déformations et rotations avec contact et empilement entre les différents composants. Après que les contraintes dépassent la limite d'élasticité du matériau ou sa charge critique de flambement, des déformations structurelles localisées se produisent pendant quelques transits d'ondes de choc dans la structure suivies d'effets d'inertie et d'une réponse transitoire. Les accidents de voiture sont des événements dynamiques qui persistent pendant une courte durée de 100 à 200 ms [CHA 13].

L'analyse dynamique utilise la même matrice de rigidité que l'analyse statique, mais nécessite également des matrices de masse et d'amortissement. Pour une amplitude de chargement donnée, la réponse dynamique peut être plus grande ou moins que la réponse statique. Il sera beaucoup plus important si le chargement est cyclique avec une fréquence proche de la fréquence propre de la structure [COO 02].

Dans l'analyse de crash, les structures subissent des forces extrêmement élevées en peu de temps : un impact. Ici, nous recherchons une réponse transitoire appelée historique des réponses. La solution nécessite que les équations différentielles du mouvement soient intégrées dans le temps. Lors de l'impact, le chargement excite de nombreuses fréquences et la réponse ne doit être calculée que sur quelques multiples de la période la plus longue. Dans ce type de cas, une intégration directe explicite peut être appropriée [MAN & VAN 07].

# 1. Approche théorique

## 1.1. Équations dynamiques

L'équation qui régit la dynamique structurelle, dérivée ci-dessous, fournit des expressions générales pour la masse structurelle et l'amortissement. L'équation du mouvement est dérivée en exigeant que le travail effectué par des charges appliquées de l'extérieur soit égal à la somme du travail absorbé par les forces dissipatives et inertielles pour tout déplacement virtuel. Pour un seul élément de volume  $V$  et de surface  $S$ , cet équilibre de travail devient [COO 02] :

$$\int \{\delta u\}^T \{F\} dV + \int \{\delta u\}^T \{\Phi\} dS + \sum_{i=1}^n \{\delta u\}_i^T \{P\}_i = \int (\{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}\} + \{\delta u\}^T c \{\dot{u}\} + \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\}) dV \quad (1)$$

d'où,

- $\{F\}$ : Forces corporelles;
- $\{\Phi\}$ : Surface de tractions ;
- $\{P\}_i$  et  $\{\delta u\}_i$  charges concentrées prescrites aux nœuds et leurs déplacements;
- $\{\delta u\}$  et  $\{\delta \varepsilon\}$  déplacements virtuels et leurs déformations correspondantes.

La discrétisation FE fournit, [COO 02],

$$\{u\} = [N]\{d\}; \quad \{\dot{u}\} = [N]\{\dot{d}\}; \quad \{\ddot{u}\} = [N]\{\ddot{d}\} \quad ; \quad \{\varepsilon\} = [B]\{d\} \quad (2)$$

d'où,

- $[N]$  : fonctions de forme (fonctions de l'espace);
- $\{d\}$  degrés de liberté nodaux (fonctions du temps).

ainsi les eqs. 2 représentent une séparation locale des variables. Combiner des eq. 1 et 2 [COO 02],

$$\{\delta d\}^T \left[ \int \rho [N]^T [N] dV \{\ddot{d}\} + \int c [N]^T [N] dV \{\dot{d}\} + \int [B]^T \{\sigma\} dV - \int [N]^T \{F\} dV - \int [N]^T \{\Phi\} dS - \sum_{i=1}^n \{P\}_i \right] = 0 \quad (3)$$

Les deux premières intégrales de l'eq. 3 sont identiques comme des matrices de masse élémentaire et d'amortissement «cohérentes» [COO 02] :

$$[m] = \int \rho [N]^T [N] dV \quad [c] = \int c [N]^T [N] dV \quad (4)$$

Le mot «cohérent» souligne que ces formes découlent directement de la discrétisation EF, et utilisent les mêmes fonctions de forme que la matrice de force d'élément. On définit le vecteur de force interne de l'élément  $\{r^{int}\}$  comme des forces et des moments appliqués à 6 d.o.f. éléments par nœuds pour résister aux contraintes à l'intérieur de l'élément [COO 02].

$$\{r^{int}\} = \int [B]^T \{\sigma\} dV \quad (5)$$

Une notation similaire est utilisée pour identifier les forces et les moments appliqués aux nœuds à la suite de charges appliquées de l'extérieur sur l'élément [COO 02] :

$$\{r^{ext}\} = \int [N]^T \{F\} dV + \int [N]^T \{\Phi\} dS + \sum_{i=1}^n \{P\}_i \quad (6)$$

L'expression entre crochets dans l'éq. 3 doit disparaître si l'équation doit être vraie pour arbitraire  $\{\delta d\}$ . Ainsi, dans la notation des eqs. 4 à 6, éq. 3 rendements [COO 02]

$$[m]\{\ddot{d}\} + [c]\{\dot{d}\} + \{r^{int}\} = \{r^{ext}\} \quad (7)$$

Les équations 5 et 7 sont valides pour les propriétés des matériaux linéaires et non linéaires. Si le matériau est élastique linéaire, alors les charges associées aux contraintes de l'élément sont :  $\{r^{int}\} = [K]\{d\}$ , où  $[k]$  est la matrice de résistance d'élément classique. Les formes globales pour une structure à éléments multiples sont [COO 02] :

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + \{R^{int}\} = \{R^{ext}\} \quad (8)$$

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{R^{ext}\} \quad (9)$$

## 1.2. Méthodes d'intégration directe

La détermination de l'historique des réponses à l'aide de l'intégration temporelle étape par étape des équations dynamiques est appelée intégration directe. La réponse est évaluée à des instants séparés par des incréments de temps  $\Delta t$ , nous calculons donc les déplacements de structure aux instants  $\Delta t$ ,  $2 \Delta t$ ,  $3\Delta t$ , ...,  $n\Delta t$ , et ainsi de suite. Au  $n$  pas de temps, l'équation du mouvement, Eq.7 ou Eq.9, est [COO 02] :

$$[M]\{\ddot{D}\}_n + [C]\{\dot{D}\}_n + \{R^{int}\}_n = \{R^{ext}\}_n$$

Ou (10)

$$[M]\{\ddot{D}\}_n + [C]\{\dot{D}\}_n + [K]\{D\}_n = \{R^{ext}\}_n$$

La discrétisation dans le temps est réalisée en utilisant des approximations aux différences finies des dérivées du temps [COO 02]. Les méthodes d'intégration directe calculent les conditions au pas de temps  $n + 1$  à partir de l'équation du mouvement, d'une expression de différence et des conditions connues à un ou plusieurs pas de temps précédents. Les algorithmes peuvent être classés comme explicites ou implicites. Un algorithme explicite utilise une expression de différence de la forme générale [KOC 08] :

$$\{D\}_{n+1} = f(\{D\}_n, \{\dot{D}\}_n, \{\ddot{D}\}_n, \{D\}_{n-1}, \dots) \quad (11)$$

qui ne contient que des informations historiques sur son côté droit. L'expression de la différence est combinée avec l'équation du mouvement, Eq.10, au pas de temps  $n$ . Un algorithme implicite utilise une expression différente de la forme générale [COO 02] :

$$\{D\}_{n+1} = f(\{\dot{D}\}_{n+1}, \{\ddot{D}\}_{n+1}, \{D\}_n, \{\dot{D}\}_n, \{\ddot{D}\}_n, \dots) \quad (12)$$

qui est combiné avec l'équation de mouvement au pas de temps  $n + 1$ .

## 1.3. Analyse explicite

Dans l'application pratique, des différences importantes entre les méthodes explicites et implicites sont liées à la stabilité et à l'économie. Les méthodes explicites sont conditionnellement stables, ce qui signifie qu'il y a un pas de temps critique  $\Delta t_{cr}$  qui ne doit pas être dépassé si le processus numérique ne doit pas «exploser» en devenant instable. Comme  $\Delta t_{cr}$  est assez petit, de nombreux pas de temps sont nécessaires, mais chacun est exécuté rapidement. Les méthodes implicites sont inconditionnellement stables, ce qui signifie que les calculs restent stables quelle que soit la taille de  $\Delta t$  (bien que la précision en souffre). Dans les méthodes explicites, la matrice de coefficients de  $\{D\}_{n+1}$  peut être rendue diagonale, de sorte que  $\{D\}_{n+1}$  est bon marché calculé à chaque pas de temps. Dans les méthodes implicites, la matrice de coefficients de  $\{D\}_{n+1}$  ne peut pas être rendue diagonale, de sorte que le coût par pas de temps est plus grand, de plus en plus à mesure que le maillage FE augmente.

En dimensionnalité. Une autre conséquence de la différence de topologie matricielle est qu'une méthode implicite nécessite beaucoup plus d'espace de stockage informatique qu'une méthode explicite [COO 02].

Pour les ordinateurs, la multiplication matricielle n'est pas une tâche difficile. L'inversion de matrice est une opération beaucoup plus coûteuse en calcul. Le code implicite trouve une solution en calculant l'élément matrice de rigidité et ensuite l'inverse pour résoudre les déplacements dans l'élément.

L'intégration temporelle directe implicite est adaptée aux problèmes de dynamique structurelle où les charges varient lentement, comme les charges créées par un tremblement de terre. La réponse est dominée par les modes inférieurs.

Cette méthode est en concurrence avec la méthode modale, et peut être moins chère là où de nombreux modes seraient nécessaires dans la méthode nodale et lorsque l'analyse n'a pas besoin de s'étendre sur une longue période [COO 02].

L'intégration directe explicite est adaptée aux problèmes de propagation des ondes, par exemple, les effets créés par l'explosion ou la charge d'impact, comme dans l'analyse de résistance aux chocs des véhicules. Les modes hautes fréquence doivent être représentés dans l'analyse. La non-linéarité peut être adaptée avec une relative facilité [COO 02].

### **Nombre de pas de temps**

Bien qu'inconditionnellement stables, les méthodes implicites nécessitent généralement de nombreux pas de temps afin de retracer les phénomènes physiques étudiés [WRI 12].

L'analyse explicite nécessite généralement un petit pas de temps. Cela conduit à un grand nombre de pas de temps à calculer, ce qui n'est pas un problème car le coût du processeur par pas de temps est faible. Les besoins en stockage informatique sont également faibles [WRI 12].

### **Equations à résoudre**

L'analyse implicite nécessite une inversion de matrice. La solution des équations non linéaires nécessite des stratégies de solution itératives [WRI 12]. L'analyse explicite ne nécessite aucune itération et aucune inversion de matrice [WRI 12].

### **Type de problèmes**

Les méthodes implicites sont bien adaptées pour résoudre des problèmes statiques [WRI 12].

Les méthodes explicites sont bien adaptées pour résoudre des problèmes dynamiques [WRI 12].

## **2. Approche numérique**

L'analyse explicite traite la structure comme un problème dynamique et résout les équations dynamiques du mouvement dans le domaine temporel. Il est particulièrement efficace pour résoudre les problèmes de crash, d'impact et de dynamique similaires, notamment en cas de non-linéarité du matériau (plasticité, ...), de grandes déformations ou de contact. Pour l'analyse d'explicité, toutes les quantités nodales et élémentaires sont données en fonction du temps [PIC 07]. Une analyse explicite est appliquée aux excitations à large bande [COO 02].

La simulation de crash dans PAM-CRASH est réalisée avec une intégration temporelle explicite en utilisant le schéma de différence centrale en demi-pas [ESI 12].

## 2.1. Intégration directe explicite

Comme l'illustre la figure 1, le schéma de la méthode des différences centrales en demi-étape est [COO 02]:

1. Avec  $\Delta t$ , le pas de temps, la vitesse et l'accélération au pas de temps  $n$  sont approximés par les équations aux différences centrales [COO 02] :

$$\{\dot{D}\}_{n-1/2} = \frac{1}{\Delta t} (\{D\}_n - \{D\}_{n-1})$$

et

$$\{\dot{D}\}_{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} (\{D\}_{n+1} - \{D\}_n)$$
(13)

$$\{\ddot{D}\}_n = \frac{1}{\Delta t} (\{\dot{D}\}_{n+1/2} - \{\dot{D}\}_{n-1/2}) = \frac{1}{\Delta t^2} (\{D\}_{n+1} - 2\{D\}_n + \{D\}_{n-1})$$
(14)

2. L'équation de mouvement est réécrite, éq.10, avec un décalage de vitesse d'un demi-pas de temps. Ainsi, pour la méthode des demi-étapes, nous utilisons les équations [COO 02],

$$\{D\}_{n+1} = \{D\}_n + \Delta t \{\dot{D}\}_{n+1/2}$$
(15)

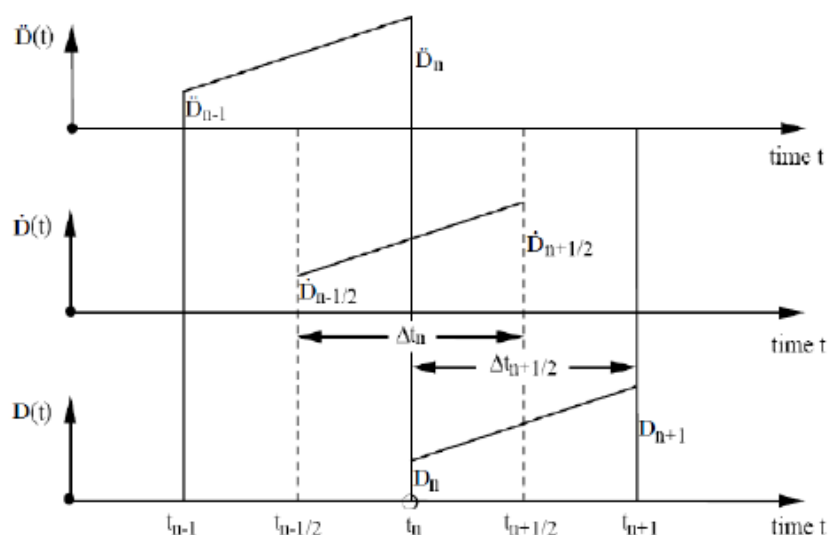
$$\{\dot{D}\}_{n+1/2} = \{\dot{D}\}_{n-1/2} + \Delta t \{\ddot{D}\}_n$$
(16)

$$[M]\{\ddot{D}\}_n + [C]\{\dot{D}\}_{n-1/2} + \{R^{int}\}_n = \{R^{ext}\}_n$$
(17)

3. Combinant ces trois équations, [COO 02] :

$$\frac{1}{\Delta t^2} [M][D]_{n+1} = \{R^{ext}\}_n - \{R^{int}\}_n + \frac{1}{\Delta t^2} [M] (\{D\}_n + \Delta t \{\dot{D}\}_{n-1/2}) - [C]\{\dot{D}\}_{n-1/2}$$
(18)

où, si les conditions linéaires prévalent,  $\{R^{int}\}_n = [K][D]_n$



**Figure 1.** Intégration temporelle explicite [WRI 12].

## 2.2. Stabilité numérique

Le schéma de différence central est conditionnellement stable, de sorte que le pas de temps  $\Delta t$  est limité. Le pas de temps du shell requis pour la stabilité est calculé par PAM-CRASH comme suit [ESI 12] :

- $\Delta t_{\text{shell}} = k \text{MIN} \left[ L/c \min \left( 1.0, \frac{L}{\sqrt{3h}} \right) \right]$  pour flexion active
- $\Delta t_{\text{shell}} = k \text{MIN}[L/c]$  la flexion n'est pas active

d'où

- k est le facteur d'échelle pour le pas de temps;
- MIN est le minimum sur tous les éléments de coque;
- L est la longueur caractéristique;
- c est la vitesse du son,

$$c = \sqrt{E/\rho} \quad \text{pour un coefficient de poisson non activé}$$

$$c = \sqrt{E/\rho(1-\nu^2)} \quad \text{pour un coefficient de poisson activé}$$

- h est l'épaisseur de la coque;
- $\rho$  est la masse volumique;
- E est le module de Young.

Remarque: Si un rapport d'amortissement  $\xi$  (KSI) a été spécifié dans les propriétés du matériau,  $\Delta t_{\text{shell}}$  le pas de temps stable de la coque est réduit d'un facteur  $(\sqrt{1+\xi^2}-\xi)$  [ESI 12].

## 2.3. Calcul du pas de temps

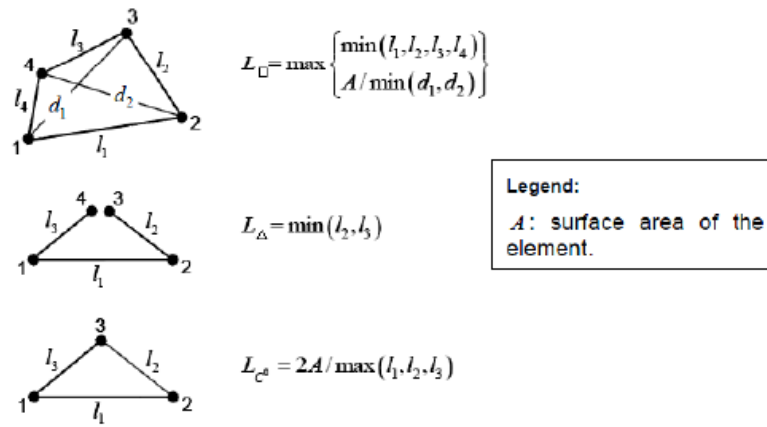
Généralement, le plus petit pas de temps de tous les éléments d'un modèle est utilisé pour l'intégration temporelle. Pour les éléments 2D (coques) et 3D (solides), le calcul du pas de temps est basé sur une longueur «caractéristique». Il y a deux critères de pas de temps disponibles dans PAM-CRASH [HAV 10] :

- Critères de pas de temps standard (LARGE): les critères de pas de temps standard pour les éléments de coque quadrilatère, quadrilatère dégénéré, triangulaire et triangulaire  $C^0$  sont basés sur le temps de parcours de l'onde élastique le long des longueurs caractéristiques illustrées à la figure 2. Utilisation des critères de pas de temps standard se traduisent généralement par des pas de temps plus grands que ceux obtenus à partir des critères stricts [WEB 04].

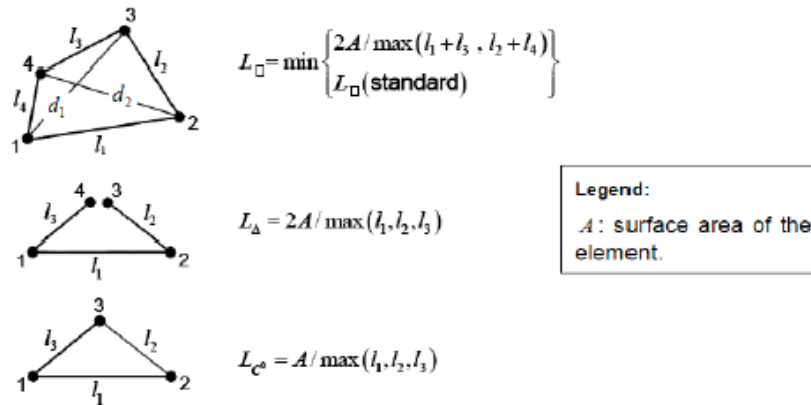
- Critères de pas de temps stricts (SMALL): les critères de pas de temps stricts pour les coques sont basés sur le temps de parcours de l'onde élastique le long des longueurs caractéristiques illustrées à la Figure 3 [ZIE 05].

Les critères stricts de pas de temps devraient assurer la stabilité de la solution dans les cas graves (maillages très déformés, etc.), où les critères standards économiques peuvent devenir inadéquats [ESI 12]. L'utilisation de critères de pas de temps rigoureux peut parfois réduire considérablement la solution pas de temps par rapport au pas de temps de solution à partir des critères standard [ESI 12].





**Figure 2.** Pas de temps de l'élément Shell [ESI 12].



**Figure 3.** Pas de temps rigoureux de l'élément Shell [ESI 12].

### 3. Cas d'étude

#### 3.1. Scenario Choc latéral avec barrière

Les collisions latérales sont les types d'accident qui représentent la deuxième plus haute fréquence de décès et de blessures graves. Comparées à un choc frontal, l'intérieur de l'habitacle du véhicule présente très peu d'espace latéral permettant d'absorber l'énergie et les blessures graves à la tête et au torse sont fréquentes [EUR 20].



**Figure 4.** choc latéral avec barrière mobile [EUR 20].

Ce test permet de s'assurer de la présence une protection adéquate des zones corporelles critiques. Cela a conduit au renforcement des structures périphériques du montant B (entre les portes avant et arrière) des véhicules, au montage d'airbags latéraux ou de rideaux gonflables, mais également au développement de structures d'absorption d'énergie moins apparentes intégrées aux sièges et aux panneaux de porte des voitures [EUR 20].

Notre calcul numérique a été fait sur ce type de choc pour vraiment étudier la stabilité de notre modèle sans rentrer dans les détails de la modélisation qui concernent les types des matériaux et les propriétés utilisées, les connexions et l'interfaçage adoptés.

### 3.2. Stabilité numérique

#### Bilan énergétique

La stabilité des courbes énergétiques au cours du calcul est un critère crucial pour valider l'état numérique du modèle, autrement dit il faut que l'énergie total doit rester constante au cours du calcul avec une variation entre l'énergie cinétique qui se transforme en énergie de déformation (internal energy).

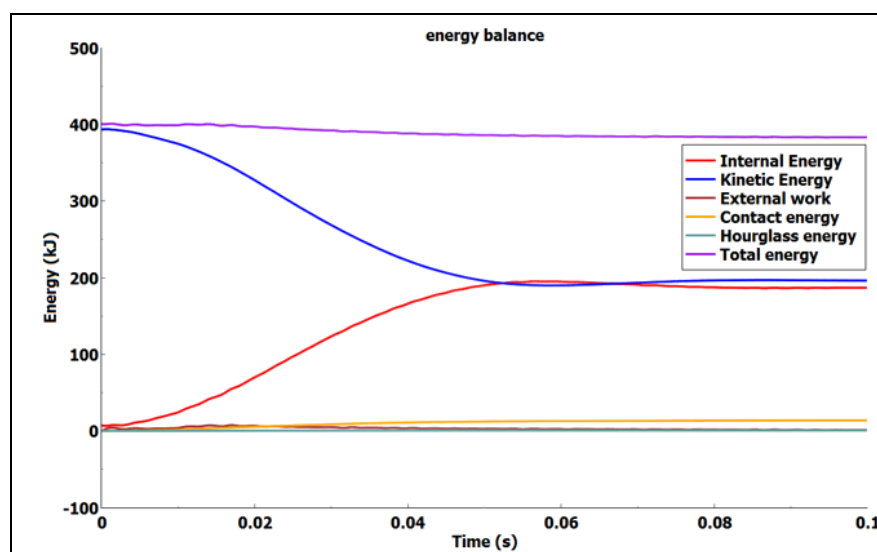


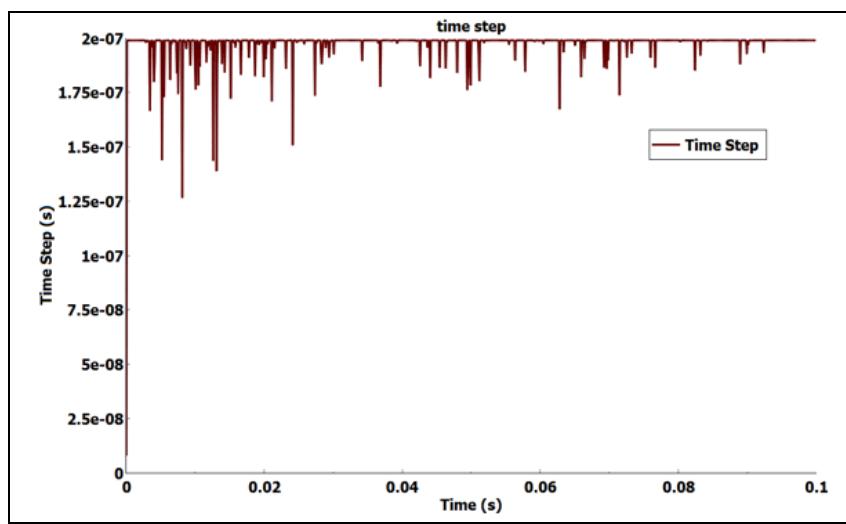
Figure 5. Bilan énergétique d'un choc latéral

Une fois ce critère est vérifié, on passe à vérifier d'autres énergies artificielles qui permettent la stabilité numérique du modèle comme l'énergie hourglass qui permet d'éviter la déformation des éléments shell et solid a un effort nul, aussi l'énergie de contact qui représente l'effort utilisé au cours du calcul pour éviter les pénétrations. Ces deux énergies en général restent très faible par rapport à l'énergie totale. Pour certains utilisateurs de crash limitent ces derniers entre 5% et 10% par rapport à l'énergie totale.

#### Stabilité du pas de temps

En général la stabilité du pas de temps dans le crash est un critère primordial pour maintenir la convergence du calcul et surtout que le schéma d'intégration utilisé dépend fortement de ce paramètre pour la stabilité.



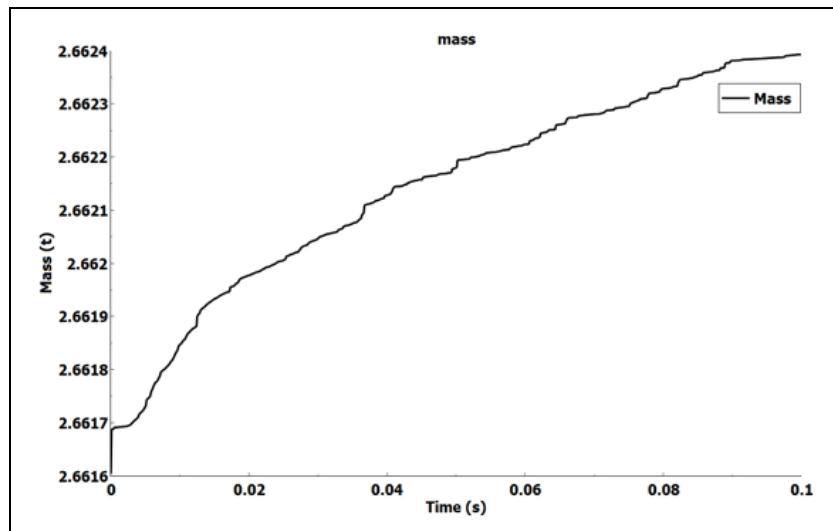


**Figure 6.** Evolution du pas de temps au cours du calcul

Au début la valeur du pas de temps chute instantanément à cause de la grande déformation des éléments shell et solide par rapport à la valeur critique ( $2^e-7$  s). Par contre à la fin du calcul la valeur de pdt se stabilise autour de la valeur critique.

### Stabilité de masse

L'évolution de la masse du modèle au cours du calcul est due à la chute du pas de temps. Cet ajout de masse doit être limité par rapport à la masse initiale du modèle. En général dans l'industrie automobile ces valeurs sont limitées entre 1% et 2% , sinon il faut revoir le maillage du zone où il y a la chute du pas de temps ou réajuster la valeur du pas de temps.



**Figure 7.** Evolution du pas de temps au cours du calcul

Dans notre modèle la masse ajoutée au cours du calcul est autour de 0,8 Kg qui représente une très faible ajout de masse par rapport à l'état initial du calcul

### Conclusion

Le travail qui a été fait dans cet article montre que la méthode utilisée dans l'industrie automobile pour représenter le phénomène de crash dédiée à la grande ou petite déformation en se basant sur le principe des travaux virtuel comme une approche théorique qui a été renforcé par une approche numérique de la méthode des éléments finis et par une intégration des schémas explicites qui permettent de donner une bonne représentativité de ce phénomène, sachant qu'il faut prendre en

compte certaines préconisations lors de la résolution numérique comme la stabilité du pas de temps et l'ajout de masse. Ces critères sont bien vérifiés dans notre cas étudié de ce travail avec les courbes des énergies qui ont été montrés une stabilité selon le principe fondamental de la dynamique avec un faible pourcentage au niveau d'énergie d'hourglass et de contact.

## Bibliographie

- [CHA 13] CHAWLA A., « Finite element analytical techniques and applications to techniques and applications to structural design », 2013.
- [COO 02] COOK R. D., MALKUS D. S., PLESHA M. E., AND WITT R. J., « Concepts and Applications of Finite Element Analysis », John Wiley and Sons, Inc., 4th edition, 2002.
- [WRI 12] WRIGHT I., « Technical report, ESI Group », 2012.
- [PIC 07] PICKETT A., « Tutorial 1 and 2, end loaded cantilever and shell element studies », Technical report, ESI GmbH/Institute for Aircraft Design, Stuttgart, 2007.
- [ESI 12] ESI Group, Virtual Performance Solution, Solver Reference Manual, Volume I, General Simulation Procedure. ESI Group, 2012.
- [MAN & VAN 07] MANN D., VAN DEN BOS J. C., AND WAY A., « Automotive plastics and composites », 2007.
- [KOC 08] A. KOCANDA A. AND H. SADŁOWSKA H., « Automotive component development by means of hydroforming », Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2008.
- [HAV 10] HAVRILLA D., TRUMP F., « Laser based manufacturing in the automotive industry », ppt presentation, University of Virginia, 2010.
- [ZIE 05] ZIENKIEWICZ O. C., TAYLOR R.L., AND ZHU J.Z., « The Finite Element Method: Its basis and fundamentals », Elsevier, sixth edition, 2005.
- [WEB 04] WEBB J. P., « System design specification: instrument panel and console subsystem », Technical report, Ford Motor Company, July 2004.
- [EUR 20] <https://www.euroncap.com/fr/s%C3%A9curit%C3%A9-des-v%C3%A9hicules/la-notation-end%C3%A9tail/protection-des-adultes/collision-lat%C3%A9rale/barri%C3%A8re-mobile/>