

Le volume 2 du projet Lîla Entropie engage véritablement les fondations théoriques d'un statut géométrique de l'entropie ; statut susceptible d'être exempté de toutes statistiques. Telle est la finalité à terme du travail de Philippe Riot qui interroge, par le biais de la théorie des nombres et dans deux articles complémentaires, non pas l'usage du temps pour parler de la dynamique mais l'usage de l'opérateur standard de succession pour parler du temps qui passe. L'ordre nouveau qui émerge de l'analyse relèvera désormais de celui attaché à l'ombilic des mathématiques : la fonction zêta. Celle-ci devenant de fait aussi l'ombilic de la physique des systèmes complexes et intriqués, la signification de zêta comme nouvelle horloge sera explicitée dans le volume 3 du projet Lîla Entropie.

Encore faut-il inscrire la nouvelle approche dans un cadre historiquement plus large permettant de comprendre la pertinence opérationnelle de cette évolution épistémologique [STI97]. Un bref résumé du travail de Cédric Villani [VIC10,12] relatifs aux impératifs analytiques qui s'imposent au modèle entropique de Boltzmann (billard de Boltzmann) est là pour rappeler pourquoi et comment la brisure de symétrie entre l'antérieur et le postérieur, entre la cause et l'effet, est, le choc de Dirac restant au cœur du modèle Boltzmannien, liée à la structure mathématique des opérateurs pré et post collisionnels. Par essence ces opérateurs opèrent le changement d'échelle nécessaire à l'approximation relative à la distribution des chocs. Faute de pouvoir indexer toutes les variables mécaniques de manière exhaustive, et ces opérateurs exigeant l'usage d'une fonction test, ces derniers définissent des observables intégrées, donc des grandeurs moyennées, conduisent non seulement à une sensibilité non standard aux conditions expérimentales mais aussi à la multiplication des modèles collisionnels concevables (Boltzmann (1867), Landau (1936), Vlasov (1938), Balescu-Lenard (1960)).

En suivant Isabelle Stengers dans son analyse critique des évolutions des mécaniques modernes (dynamique, quantique, statistique [STI97]), -analyses rassemblées sous le titre de Cosmopolitiques-, une révision radicale de nos représentations de la notion de dynamique, donc de changements mécaniques dépendant du temps, reste un des enjeux majeurs des futures percées des sciences physiques. Engagé par Boltzmann pour rendre compte d'une réalité trop évidente pour être contestée, -l'irréversibilité de presque tous les phénomènes mécaniques-, le Projet Boltzmannien s'est, dès lors que les systèmes abritaient plus de deux corps, brisé sur la nécessité des approximations évoquées ci-dessus, Après celui de Poincaré, le travail de Villani confirme donc cet impératif, et donc les limites des modèles de billards. L'approximation, donc ici l'irréversibilité, relève de limites expérimentales impropres, sans intérêt épistémologique autres que critique. La mécanique quantique vient apporter une assurance supplémentaire à cette affirmation. La mécanique est une science pure ; une science propre susceptible de servir de référence à toute pensée scientifique digne de ce nom. Seule la statistique induit l'existence d'une flèche du temps. Comme le montrent les travaux d'Alain Connes, les algèbres de von Neumann font émerger une telle flèche dès lors qu'elle est exprimée en unité  $\beta\hbar$  ( $\beta=1/T$ ) : la flèche du temps est d'origine thermique et relève donc de simples fluctuations [COA17].

Est-ce la fin de l'histoire ? Faut-il abandonner le marteau et se prosterner devant l'idole impulsional ? Les commentaires du thermodynamicien Daniel Tondeur<sup>1</sup> jettent un trouble salvateur sur l'équivalence supposée entre l'approche académique (comme représentation statistique de l'entropie) et la dépendance de l'ingénierie à l'irréversibilité (l'entropie comme objet de manipulation et d'optimisation). L'analyse de ces commentaires critiques ramène à la réalité et non plus au modèle. Affirmant simplement cette différence d'approche et contestant le rôle omnipotent de la statistiques, les remarques de Tondeur conduisent toutefois à n'émettre que des points de suspension que le jargon philosophique appelle une « époque ».

---

<sup>1</sup> Tout particulièrement ceux qui portent non sur l'entropie mais sur sa production au cours de la dynamique, puis ceux qui portent sur le rôle des lois d'échelles par le truchement des techniques « constructales »

Comme le développe I Stengers dans *Cosmopolitiques*, Boltzmann, dans son ambition, eut un successeur ; il s'agit d'Ilya Prigogine [PRI79]. Le thermodynamicien d'origine russe s'intéressa non pas seulement à l'équilibre - dont les ressorts peuvent être réduits à un ensemble de cycles indépendants les uns des autres - mais à la dynamique qui conduit au point fixe que représente l'équilibre. Dès lors que l'objectif scientifique est fixé, l'irréversibilité oblige alors à remonter aux présupposées même de la dynamique : les symétries Cause/Effet ; Passé/Avenir ; Entropie/Information ; etc. Pour ce faire Prigogine conçoit une dynamique stratifiée mettant en jeu outre les cycles indépendants évoqués, des composantes non uniquement dynamiques oubliées ou ignorées des fonctions d'états d'équilibres. Il s'agit de faire des modèles intégrables au sens de Poincaré et donc de la séparabilité des cycles, le cas particulier d'une approche plus générale mettant en jeu de nouveaux types de fonctions, de corrélations et de nouveaux types de particules (habillées ou charmées), Si l'équilibre conserve son statut thermodynamique, le second principe n'est dès lors plus relatif à une approximation probabiliste par rapport à la dynamique mais relève d'une autre classe de systèmes caractérisés par des corrélations internes. La difficulté est qu'à ce stade de nos représentations elles sont arbitraires. Le projet de Prigogine est d'autant plus ambitieux que la mécanique statistique apparaît subordonnée à la mécanique macroscopique et quantique, des édifices structurés de manière tellement verrouillés qu'il paraît à partir de là, impossible de donner à l'entropie un autre sens qu'un sens probabiliste...à moins que les mesures ne soient plus séparables (Choquet), que la notion de norme statistiques se révèlent inadaptée (espace de Banach) et nous ajouterons ici<sup>2</sup> avec Riot, dans deux des articles du volume 2, que de nouvelles classes d'indexation des suites dynamiques s'imposent (classes attachées à de nouveaux opérateurs de succession, et nouvelles hiérarchies induites par la fonction zêta) donc de nouvelles classes de temporalités.

La conviction et la démonstration de l'un des leurs l'emportera-t-elle pour autant sur la communauté scientifique ? Selon I. Stengers qui dispose en cette matière d'une grande expérience, on peut en douter. Les modèles intégrables au sens de Poincaré sont si hautement consensuel au plan académique et si bien verrouiller au plan formel qu'ils marginalisent de facto toute tentative de les mettre en question. La comparaison entre le travail de Villani et les échanges à leur propos avec Daniel Tondeur, Pascalien de service, pointe implicitement la nécessité de disposer d'une grâce mathématique, physique, sociologique voire politique, difficilement accessible même, à un ingénieur de la Grande Paroisse<sup>3</sup> académique. Si, 21 ans après son décès, l'échec du projet d'Ilya Prigogine reste patent [STI75] il n'est rédhitoire que dans le cadre indiqué et non dans le cadre de l'ingénierie où par exemple ses travaux sur la transformation du boulanger restent une référence en matière de représentation explicites des systèmes chaotiques. La transformation est malheureusement aussi déterministe qu'un lancer de dé. Au-delà d'une ambition mal perçue dans la communauté scientifique, sans doute faut-il voir dans cette analogie physique, et l'analyse qu'en fait Villani l'origine de son échec académique.

Au-delà, les contributeurs au Projet Lila Entropie s'attachent par leurs travaux à affirmer que le Projet Boltzmann-Prigogine (PBP) reste parfaitement vivant. Enseigné par les échecs et les approximations cognitives qui balisent nécessairement la route des sciences ; enseigné aussi par l'analyse qu'en font des philosophes comme Khun ou Stengers entre autres, le projet PBP a cependant pris, avec le projet Lila Entropien, un tour plus discret et plus modeste, dont la portée heuristique ne vise en pratique que l'ingénierie au sens large autrement dit les sciences molles, celle des systèmes complexes [DUG 15] (optimisation du génie des procédés, sciences de l'information, biologie, médecine, sociologie). Voyons un cas particulier. Il ne s'agit plus nécessairement pour certains auteurs de faire émerger l'irréversibilité d'une dynamique formelle créée ex nihilo, mais partant d'un processus

---

<sup>2</sup> On ajoutera aussi dans le volume 3 le rôle des séries divergentes et de l'anti temps avec les travaux de Yuri Babenko et de Igor Taganov.

<sup>3</sup> Ancienne société chimique créée en 1919 spécialiste des engrais et désormais nommée GNP

irréversible canonique par exemple une relaxation exponentielle<sup>4</sup> de voir comment la géométrie et la topologie de l'environnement affecte, *cette fois sans approximation additionnelle des observables*, l'irréversibilité introduite au départ. Parmi les contributeurs à une telle approche on notera le travail de Philippe Riot et de ses coauteurs depuis une quarantaine d'année. La pratique d'une telle approche, biaisée par rapport à PBP, permet entre autres de découvrir des catégories de modèles physiques de types nouveaux. Parmi les fonctions singulières pointée on trouve la fonction zêta et plus généralement les fonctions L caractérisées entre autres par des propriétés d'analyticité et d'autosimilarités parfaitement déterministes. Ces fonctions sont caractérisées entre autres par des relations fonctionnelles qui font émerger le rôle de la dualité donc des propriétés d'adjonction catégorique. En introduisant cette approche et en l'inscrivant dans l'histoire de l'épistémologie, le volume 2 du projet Lîla-Entropie, conforte, généralise et relativise les interrogations et les controverses entre le déterminisme et la statistique. Il précise aussi le rôle de l'analyse spectrale lorsque les cycles, perdant leur indépendance, s'intriquent en formant des nœuds. Le projet PBP ici limité, conduit à faire émerger en particulier le rôle des nombres complexes ( $s=\alpha+i\theta$ ), le rôle des fibrations et celui les propriétés autosimilaires d'ordre «  $\alpha$  » attachée à la fonction universelles zêta  $\zeta_\alpha(s)$ . L'approche marginalise dans un premier temps, toutes les implications particulières induites par l'hypothèse de Riemann «  $\alpha=1/2$  »<sup>5</sup>. Plus spécifiquement, l'article « *La fonction zêta de Riemann ou l'ombilic des mathématiques pour traiter de la complexité (1, 2)* », ramène l'hypothèse de Riemann à un axiome additionnel<sup>6</sup> à ceux de la théorie des ensembles et confère explicitement une structure au gap entre le discret et le continu mais aussi entre une représentation partielle du monde (Identité) et son arrière-cour environnemental (altérité). Ce faisant l'analyse marginalise aussi temporairement la pure statistique pour attacher l'examen aux géométries chaos et à la topologie des observables qui y sont attachées. Le pontage entre le discret et le continu ressort alors naturellement, en dépassant le seul champ de l'arithmétique standard et en pointant alors, comme le montre P. Riot, de nouvelles classes de hiérarchies, donc on le verra dans le volume 3, de temporalités.

Observons ici, que l'on doit à Claude Bruter, dans une courte note additive à la première partie de l'article de Riot, des précisions supplémentaires quant au distinguo impératif non seulement entre grandeurs ordinales et cardinales (ordipotence *versus* cardipotence), mais encore au distinguo physique qu'il convient affecter aux grandeurs cardinales (quantités/intensité/mesure) et aux grandeurs ordinales (indexation /extensité/taxonomie) distinction qui se lit aussi au travers de l'extension de la notion d'ergodicité. L'absence d'équivalence naturelle entre les deux concepts et la nécessité d'interroger voire de bousculer les classes d'identités dans leurs relations physiques, soulèvent des questions, par exemple le statut des zéros, statut mis en exergue par l'article « *sur la classification des infinis numériques* ». On en percevra les fondements non standard [ROG64] et entropiques en particulier dans le volume 3 avec un article intitulé l'article « *La fonction zêta de Riemann et celle de Möbius comme l'ombilic d'une physique de la complexité (3)* ».

Poursuivant sur le rôle dynamique de l'autosimilarité mais cette fois sans usage de la fonction zêta et dans le cadre des méthodes géométriques en physique avancé, l'article de Faycal Ben Adda aborde, le thème de l'expansion puis de l'homogénéisation cosmologique respectivement pendant et après la période d'inflation. L'entropie est alors liée de manière déterministe avec la courbure de l'espace-temps donc à sa topologie. Le travail de l'auteur permet alors d'établir un lien inattendu entre l'entropie et la gravité.

<sup>4</sup> De même type que celle qui sert à Alain Connes pour concevoir des opérateurs auto adjoints

<sup>5</sup> La confusion autosimilarité arithmétique et topologique conduit alors à une seule loi de renormalisation quadratique créant une similitude entre la formule d'équipotence  $\mathbb{N}=\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  et les distributions quadratiques des aléas standards.

<sup>6</sup> Cet axiome présuppose que les cardinaux strictement inférieur  $2^{\aleph_0}$  se comportent comme  $\aleph_0$  c'est-à-dire comme un ensemble dénombrable. L'apparition du facteur 2 ne relève pas du hasard, évidemment. L'axiome affecte une structure duale, au gap entre le dénombrable et le continu qui est alors ponté précisément au moyen de la fonction zêta.

Le volume 3 complétera l'approche duale que commence maintenant à bien dessiner les contributions des volumes 1 et 2. Ce faisant le projet entrouvre progressivement la porte à une approche moins Laplacienne de l'ingénierie [DUG15], ... sinon de la physique [SML13].

Alain le Méhauté et Michel Feidt

## Reference éditorial Vol 2

[COA17] Connes A., La Géométrie et le Quantique, Cours 2017, Collège de France, URL <http://www.college-de-france.fr/site/alain-connes/course-2017-01-05-14h30.htm>.

[DUG15] Duffuant Guillaume et neuf autres membres du Comité National des Systèmes Complexes, *Visions de la complexité. Le démon de Laplace dans tous ses états*, Natures Sciences Sociétés 23 (2015) 42-53

[PRI79] Prigogine Ilia et Stengers Isabelle, *La nouvelle alliance* (1979) Gallimard Paris

[ROG64] Rota Carlo. *Foundations of combinatorial theory* I Z. Wahrscheinlichkeit theo. Verwandte Geb. Z. (1964) page 340 – 368

[SML13] Smolin Lee, *Time Reborn* (2013) Houghton Mifflin Harcourt Boston

[STI97] Stengers Isabelle, *Cosmopolitiques (I-IV)*. (1997) La découverte/les empêcheurs de penser en rond. Paris

[VIC10] Villani C. *Irréversibilité et entropie*, Bulletin de l'Institut H. Poincaré Vol 15, Le temps (2010) 17-75

[VIC12] Villani C. *Théorème vivant* (2012), Ed. Grasset et Fasquelle, Paris, 288 p