

Influence de l'Induction Magnétique sur la Perte Fer d'un Domaine et les Eléments de ses Schémas Equivalents

Influence of Magnetic Induction on the Iron Loss of a Domain and its equivalent diagrams elements

Jeannot VELONTSOA ¹, Ulrich Michaël MAHAVELONA ¹, Abdallah ATTOUMANI ¹, Jean Edmond ZAFY ¹

¹ Laboratoire des Machines Electriques de l'Ecole Supérieure Polytechnique, Ecole Doctorale Energies Renouvelables et Environnement, Université d'Antsirananana, Madagascar, velontsoajeannot@gmail.com, zafyedmond@gmail.com

RÉSUMÉ. Cet article est dédié à l'analyse des effets de l'induction magnétique sur la perte fer et les éléments des schémas équivalents d'un domaine ferromagnétique soumis à cette induction en utilisant un domaine ferromagnétique parallélépipédique soumis à un flux magnétique uniaxial. L'induction B produite par une source connue solidaire au domaine provoque la saturation du domaine. Ce dernier augmente sa consommation et voit la décroissance des valeurs des résistances et des réactances de ses schémas équivalents face à la source productrice de l'induction. L'augmentation de la perte fer et la diminution des valeurs des éléments passifs des schémas équivalents sont confirmées par la diminution de la résistivité et de la perméabilité du domaine en **Modèle Tension** où les éléments RL sont en parallèle comme en **Modèle Courant** où les éléments RL sont en série. Ce phénomène est visible lors de la vérification de la dualité parallèle-série des schémas équivalents du domaine face à la source inductrice.

ABSTRACT. This article is dedicated to the analysis of the magnetic induction effects on the iron loss and the equivalent diagrams elements of a ferromagnetic domain subjected to this induction by using a parallelepipedic ferromagnetic domain subjected to a uniaxial magnetic flux. Induction B produced by an interdependent known source with the domain causes the domain saturation. This domain increases its consumption and sees the decrease of the resistances and the reactances values of its equivalent diagrams vis-a-vis the induction producing source. The increase in the iron loss and the reduction in the passive elements values of the equivalent diagrams are confirmed by the reduction in the resistivity and the permeability of the domain in **Voltage Model** where elements RL are in parallel as in **Current Model** where elements RL are in series. This phenomenon is visible during the duality parallel-series checking of the domain equivalent diagrams vis-a-vis the inductive source.

MOTS-CLÉS. Coefficient de puissance de Steinmetz, Courants de Foucault, Dualité parallèle-série, Effet de l'épaisseur, Modélisation analytique, Perte fer, Schéma équivalent, Théorie de boîte noire.

KEYWORDS. Coefficient of Steinmetz power, Eddy currents, Duality parallel-series, Thickness effect, Analytic Modeling, Iron loss, Equivalent diagram, Black box theory.

1. Introduction

Cet article est la suite de l'article intitulé « **Influence des dimensions de la surface offerte au flux d'induction sur la perte de fer d'un domaine** » où les auteurs recherchaient la raison de la recommandation de subdiviser en feuillets de mince épaisseur les circuits magnétiques des dispositifs fonctionnant avec le courant variable [JAF 13], [AST 15], [AST 15a], [RAL15], [CHE 12], [MUL 97] et [CHI 14] sans la prise en compte de la source inductrice. Dans le présent article, la production de l'induction est assurée par une source connue et inséparable du système. Le référencement de la consommation à la source inductrice a permis d'exprimer analytiquement les éléments passifs des schémas équivalents selon deux modèles : **Modèle Tension** et **Modèle Courant**. L'association des éléments est déduite de l'expression de la puissance apparente.

En **Modèle Tension**, la puissance apparente du domaine magnétisé est exprimée en fonction de la tension induite. Dans ce cas le domaine se comporte comme une cellule RL en parallèle face à la source inductrice.

En **Modèle Courant**, la puissance apparente du domaine magnétisé est exprimée en fonction du courant d'excitation. Cette fois le domaine se comporte comme une cellule RL en série face à la source inductrice.

Ces modèles sont établis sur la théorie de boîte noire combinée aux lois d'Ampère et de Faraday et associée à la prise en compte des lois des comportements électromagnétiques du milieu étudié. L'article compte quatre sections. La deuxième section présente la méthodologie. Elle décrit la base théorique utilisée pour modéliser le domaine à travers les expressions de la puissance apparente appelée par un domaine automagnétisé. Les résultats et les discussions font les objets de la troisième section. La dernière section est consacrée à la conclusion et aux perspectives.

2. Méthodologie et Matériels utilisés

2.1. Description du système étudié et Base théorique du modèle

Le domaine étudié est un parallélépipède enroulé de N spires. Ce système est équivalent à un circuit magnétique ramené à la longueur moyen du champ magnétique. Les figures 1 et 2 ci-dessous montrent les détails de ce domaine. L'induction est produite par la bobine enroulée autour du circuit magnétique.

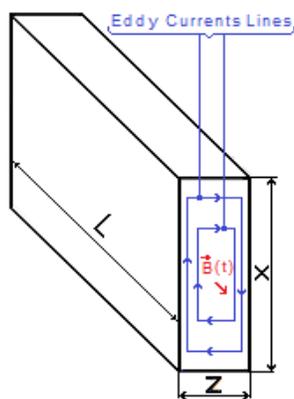


Figure 1. *Domaine ferromagnétique parallélépipédique soumis à une induction variable temporelle uni axiale*

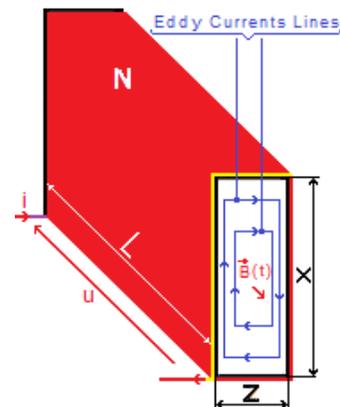


Figure 2. *Domaine ferromagnétique parallélépipédique magnétisé par son enroulement*

Ce système peut être appelé système à automagnétisation car son enroulement qui lui est solidaire lui fournit l'induction qui le magnétise comme à la figure 2 ci-dessus.

- X : Grande dimension de la section traversée orthogonalement par le flux magnétique en m,
- Z : Petite dimension de la section traversée orthogonalement par le flux magnétique en m,
- L : Longueur du domaine parallélépipédique équivalent,
- N : Nombre de spires de l'enroulement de magnétisation,
- i : Courant inducteur temporel,
- u : Tension induite temporelle,
- $B(t)$: Vecteur Induction temporel

L'étude est basée sur la théorie de boîte noire en mode récepteur associée aux lois d'Ampère et de Faraday ainsi que de comportement électromagnétique du domaine. Le point de départ est l'établissement de l'expression analytique de la perte fer empirique de Steinmetz [JAF 13]. Cette puissance analytiquement exprimée en fonction de l'induction B est réécrite en fonction de la tension induite et du courant inducteur. Le bilan de puissances permet d'exprimer la puissance apparente appelée par le

domaine magnétisé en fonction de la tension induite puis du courant inducteur. Les éléments passifs représentant le domaine sont déduits des expressions de la puissance puissance apparente.

La perte fer, empiriquement exprimée par Steinmetz dans ses travaux rapportés par [JAF 13], est formulée analytiquement dans [AST 15] et [AST 15a] comme suit :

Selon Steinmetz, cette puissance a comme expression empirique P_{Domaine} telle que :

$$P_{\text{Domaine}} = K V s^2 f^2 B^2 \quad [1]$$

avec

K: Constante de Steinmetz en $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$,

V: Volume du domaine en m^3 ,

s: Epaisseur du domaine en m,

f: Fréquence de de l' induction en Hz,

B: Valeur efficace de l'induction en T.

Dans [AST 15] et [AST 15a], le coefficient K est explicité et la perte fer vaut analytiquement P_{Domaine} telle que :

$$P_{\text{Domaine}} = \frac{\pi^2}{\rho_{\text{Domaine}}} \frac{X^2}{X^2 + Z^2} LXZ Z^2 f^2 B^2 \quad [2]$$

avec

B: Valeur efficace de l'induction en T ;

f: Fréquence de de l' induction en Hz,

Z: Petite dimension de la section orthogonalement offerte au flux magnetique en m ;

X: Grande dimension de la section orthogonalement offerte au flux magnetique en m ;

L: Longueur du parallépipède équivalent du domaine en m ;

ρ_{Domaine} : Resistivité du domaine.

La puissance exprimée par la formule [2], comparée à la puissance empirique de Steinmetz en formule [1] ci-dessus [AST 15], [AST 15a] permet d'établir les identifications suivantes :

$$\begin{cases} K = \frac{\pi^2}{\rho_{\text{Domaine}}} \frac{X^2}{X^2 + Z^2} \\ V = LXZ \\ s^2 = Z^2 \Leftrightarrow s = Z \end{cases} \quad [3]$$

Dans les équations [1] et [3], la constante K a l'unité de la conductivité électrique.

2.2. Différentes composantes de la puissance apparente appelée par le domaine magnétisé et variantes des schémas équivalents associés

2.2.1. Hypothèses simplificatrices

La détermination de différentes composantes de la consommation du domaine a été effectuée selon les hypothèses suivantes :

- ❖ Le régime est sinusoïdal et permanent ;
- ❖ Le domaine est constitué par une infinité de spires lamellaires dont les surfaces offertes au flux de l'induction B sont homothétiques de la surface offerte au flux de l'induction B du domaine ;
- ❖ L'induction B est uniformément distribuée sur la surface de domaine ;
- ❖ La source de tension u est parfaite ;
- ❖ La résistance et l'inductance de bobine sont négligées ;
- ❖ La résistivité et la perméabilité du domaine sont isotropes pour une induction B à une fréquence f ;
- ❖ Toute spire alimentée par une source variable consomme une puissance active et une puissance réactive en raison de sa résistance et de son inductance ;
- ❖ La théorie de boîte noire est valable avec le domaine selon sa consommation.
- ❖ La Faiblesse de la perte d'hystérésis devant la perte de courant de Foucault.

2.2.2. Expressions des puissances en Modèle Tension et Schéma équivalent associé

Le **Modèle Tension** utilise la tension induite pour exprimer les puissances. La formule [2], exprime la puissance active consommée par le domaine en fonction de l'induction B. En regime purement sinusoïdal, selon la loi de Faraday, les valeurs efficaces B de l'induction et U de la tension induite aux bornes d'une bobine de N spires sont liées par la relation [4] ci-dessous:

$$\begin{cases} U = N\omega XZB = 2\pi NfXZB & (a) \\ B = \frac{U}{N\omega XZ} = \frac{U}{2\pi NfXZ} & (b) \end{cases} \quad [4]$$

La nécessité de subdiviser le domaine en N_f feuillets d'épaisseur s suivant Z pour minimiser la perte a été démontré dans « **Influence des dimensions de la surface offerte au flux d'induction sur la perte de fer d'un domaine** ». Chaque feuillet de largeur X et d'épaisseur s à la **Figure 2** ci-dessus, consomme la puissance suivante :

$$P_{\text{Feuille}} = \frac{\pi^2}{\rho_{\text{Feuille}}} \frac{X^2}{X^2 + s^2} LXs s^2 f^2 B^2 = \frac{I}{4N^2 N_f} \frac{U^2}{\frac{X^2 + s^2}{Xs} \frac{\rho_{\text{Feuille}}}{L}} \quad [5]$$

La puissance active du domaine devient :

$$P_{\text{Domaine}} = N_f P_{\text{Feuille}} = \frac{U^2}{4N^2 N_f \frac{X^2 + s^2}{Xs} \frac{\rho_{\text{Feuille}}}{L}} \quad [6]$$

La puissance réactive associée à cette puissance active vaut :

$$Q_{\text{Domaine}} = \sqrt{U^2 I^2 - P_{\text{Domaine}}^2} \quad [7]$$

La loi d'Ampère permet d'exprimer les valeurs efficaces I du courant inducteur i et H du champ magnétique comme suit:

$$\begin{cases} HL = NI & (a) \\ H = \frac{NI}{L} & (b) \\ I = \frac{HL}{N} & (c) \end{cases} \quad [8]$$

La formule [9] ci-dessous exprime la loi de comportement magnétique du domaine:

$$\begin{cases} B = \mu H & (a) \\ H = \frac{B}{\mu} & (b) \end{cases} \quad [9]$$

La combinaison des formules [4], [8] et [9] permet de recréer les formules [6] et [7] comme dans la formule [10] suivante :

$$\begin{cases} P_{\text{Domaine}} = \frac{U^2}{4N^2 N_f \frac{X^2 + s^2}{Xs} \frac{\rho_{\text{Feuillet}}}{L}} & (a) \\ Q_{\text{Domaine}} = \frac{U^2}{2N^2 N_f} & (b) \end{cases} \quad [10]$$

$$L \sqrt{\left(\frac{I}{\mu\pi f Xs}\right)^2 - \left(\frac{Xs}{2\rho_{\text{Feuillet}} N_f (X^2 + s^2)}\right)^2}$$

La formule [10] permet d'exprimer la puissance apparente du domaine magnétisé comme à la formule [11] suivante :

$$\underline{S}_{\text{Domaine}} = \frac{U^2}{N^2 N_f \frac{4\rho_{\text{Feuillet}}}{L} \frac{(X^2 + s^2)}{Xs}} + j \frac{U^2}{2N^2 N_f} \frac{1}{L \sqrt{\left(\frac{I}{\mu\pi f Xs}\right)^2 - \left(\frac{Xs}{2\rho_{\text{Feuillet}} N_f (X^2 + s^2)}\right)^2}} \quad [11]$$

La puissance apparente de la formule [11] peut être écrite comme à la formule [12] suivante :

$$\underline{S}_{\text{Domaine}} = \frac{U^2}{R_U} + j \frac{U^2}{X_U} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} R_U = 4N^2 N_f \frac{X^2 + s^2}{Xs} \frac{\rho_{\text{Feuillet}}}{L} \\ X_U = \frac{2N^2 N_f}{L \sqrt{\left(\frac{I}{\mu\pi f Xs}\right)^2 - \left(\frac{Xs}{2\rho_{\text{Feuillet}} N_f (X^2 + s^2)}\right)^2}} \end{cases} \quad [12]$$

En théorie de boîte noire, les formules [11] et [12] expriment la puissance apparente d'une cellule RL en parallèle alimentée sous une tension u de valeur efficace U . Cette cellule est schématisée par les figures 3 et 4 suivantes.

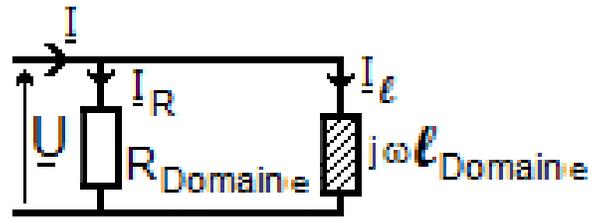
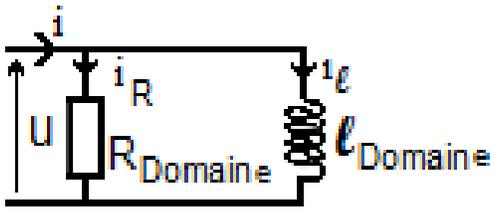


Figure 3. Schéma équivalent temporel du domaine magnétisé face à sa source inductrice en *Modele Tension*

Figure 4. Schéma équivalent complexe du domaine magnétisé face à sa source inductrice en *Modele Tension*

2.2.3. Expressions des puissances en Modèle Courant et Schéma équivalent associé

Le *Modèle Courant* utilise courant inducteur pour exprimer les puissances. La formule [11], va être réécrite en fonction du courant inducteur au lieu de la valeur efficace de la tension induite U . Les formules [4a], [9a] et [8b] permettent de réécrire la puissance apparente à la formule [11] comme à la formule [13] suivante :

$$\underline{S}_{\text{Domaine}} = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{4 N^2 N_f \frac{X^2 + s^2}{Xs} \rho_{\text{Layer}} L} I^2 + j \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{N^2 N_f} I^2 \quad [13]$$

$$L \sqrt{\frac{I}{(\mu \omega X s)^2} - \left(\frac{Xs}{4(X^2 + s^2) \rho_{\text{Layer}}}\right)^2}$$

En référence à la résistance et à la réactance du *Modele Tension*, l'expression à la formule [13] peut aussi être écrite comme suit :

$$\underline{S}_{\text{Domaine}} = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{R_v} I^2 + j \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{X_v} I^2 \quad [14]$$

La puissance apparente aux formules [13] et [14] a la forme suivante :

$$\underline{S}_{\text{Domaine}} = R_c I^2 + j X_c I^2 \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} R_c = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{4 N^2 N_f \frac{X^2 + s^2}{Xs} \rho_{\text{Layer}} L} = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{R_v} \quad (a) \\ X_c = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{N^2 N_f} = \frac{\left(N^2 N_f \omega \mu X \frac{s}{L}\right)^2}{X_v} \quad (b) \\ L \sqrt{\frac{I}{(\mu \omega X s)^2} - \left(\frac{Xs}{4(X^2 + s^2) \rho_{\text{Layer}}}\right)^2} \end{array} \right. \quad [15]$$

En théorie de boîte noire, les formules [13] et [14] expriment la puissance apparente d'une cellule RL montée en série traversée par un courant i de valeur efficace I . Cette cellule est schématisée par les **Figures 5** et **6** suivantes.

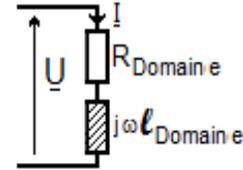
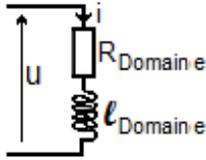


Figure 5. Schema équivalent temporel du domaine magnétisé face à sa source inductrice en *Modele Courant*

Figure 6. Schema équivalent complexe du domaine magnétisé face à sa source inductrice en *Modele Courant*

La formule [12] permet de calculer la résistance et la réactance d'une cellule RL en parallèle et la formule [15] celle d'une cellule RL en série face à une source inductrice de fem de valeur efficace U fournissant un courant de valeur efficace I .

Par la facilité de calcul qu'elle offre, la dualité parallèle-série sera vérifiée conformément à la formule suivante :

$$\begin{cases} R_C = \text{Partie réelle de } \frac{jR_V X_V}{R_V + jX_V} \\ X_C = \text{Partie imaginaire de } \frac{jR_V X_V}{R_V + jX_V} \end{cases} \quad [16]$$

L'écart relatif est exprimé en pourcentage de la valeur mesurée selon la formule suivante :

$$\varepsilon = 100 \frac{\text{Valeur mesurée} - \text{Valeur calculée}}{\text{Valeur mesurée}} \quad [17]$$

2.3. Vérification expérimentale et exploitation des résultats

3.3.1. Vérification expérimentale

La vérification expérimentale est effectuée sur l'essai à vide d'un transformateur monophasé de puissance apparente 1 kVA. Le schéma de montage est à la figure 7 ci-dessous.

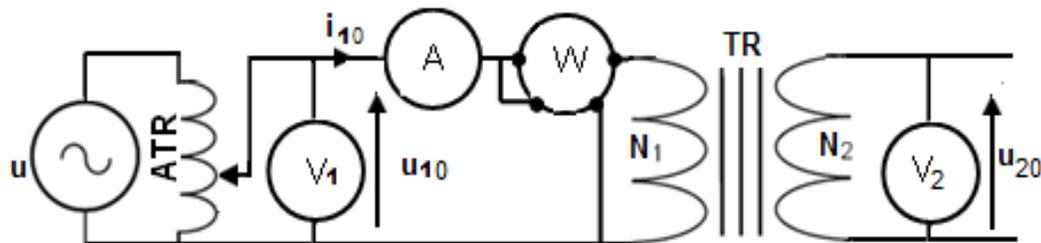


Figure 7. Montage de l'essai à vide du transformateur

Sur la figure 7 ci-dessus, lisez :

u : Source alternative de tension

V_1 : Voltmètre mesurant la valeur efficace U_{10} de la

ATR : Autotransformateur fournissant u_{10}

tension primaire à vide u_{10}

TR : Transformateur à tester

A : Ampèremètre mesurant la valeur efficace I_{10} du courant à vide primaire i_{10}

u_{10} : Tension à vide primaire

i_{10} : Courent à vide primaire

W : Wattmètre mesurant la puissance à vide primaire P_{10} du TR

u_{20} : Tension à vide secondaire

V_2 : Voltmètre mesurant la valeur efficace U_{20} de la tension secondaire à vide u_{20}

3.2.3. Exploitation des résultats de mesure

Selon [DAV 14], l'essai à vide permet de :

- ❖ Exprimer la valeur efficace B de l'induction dans le circuit magnétique selon la formule suivante :

$$B_0 = \frac{U_{20}}{N_2 \omega S_{Fe}} \quad [18]$$

- ❖ Exprimer la valeur efficace H du champ magnétique dans le circuit magnétique comme suit :

$$H_0 = \frac{NI_{10}}{L} \quad [19]$$

- ❖ Exprimer la permeabilité magnétique μ du circuit magnétique selon la formule suivante :

$$\mu = \frac{B_0}{H_0} = \frac{I}{N_1 N_2} \frac{U_{20}}{\omega I_{10}} \frac{L}{S_{Fe}} \quad [20]$$

- ❖ Exprimer la résistivité ρ du domaine face à l'induction magnétique comme suit :

$$\rho_{Domaine} = \frac{l}{16 N_2^2 N_f} \frac{X^2}{X^2 + s^2} \frac{LX}{b^2} s \frac{U_{20}^2}{P_{10}} \quad [21]$$

- ❖ Déterminer la résistance R_{U_mes} et la reactance X_{U_mes} du domaine en [Modele Tension](#) comme suit :

$$\begin{cases} R_{U_mes} = \frac{U_{10}^2}{P_{10}} & (a) \\ X_{U_mes} = \frac{U_{10}^2}{\sqrt{U_{10}^2 I_{10}^2 - P_{10}^2}} & (b) \end{cases} \quad [22]$$

- ❖ Déterminer la résistance R_{C_mes} et la reactance X_{C_mes} du domaine en [Modele Courant](#) comme suit :

$$\begin{cases} R_{C_mes} = \frac{P_{10}}{I_{10}^2} & (a) \\ X_{C_mes} = \frac{\sqrt{U_{10}^2 I_{10}^2 - P_{10}^2}}{I_{10}^2} & (b) \end{cases} \quad [23]$$

❖ Recalculer la résistance R_{C_cal} et la reactance X_{C_cal} du domaine en [Modele Courant](#) ainsi que la résistance R_{U_cal} et la reactance X_{U_cal} en [Modele Tension](#) du domaine en utilisant sa résistivité et sa permeabilité à l'aide des formules y afférentes plus haut.

3.2.4. Description du domaine de l'expérimentation

Le domaine utilisé est le circuit magnétique d'un transformateur monophasé cuirassé de 1 KVA. Les figures 8 et 9 représentent la photographie et le schéma descriptif du domaine étudié en 3D.



Figure 8. Photographie du transformateur utilisé

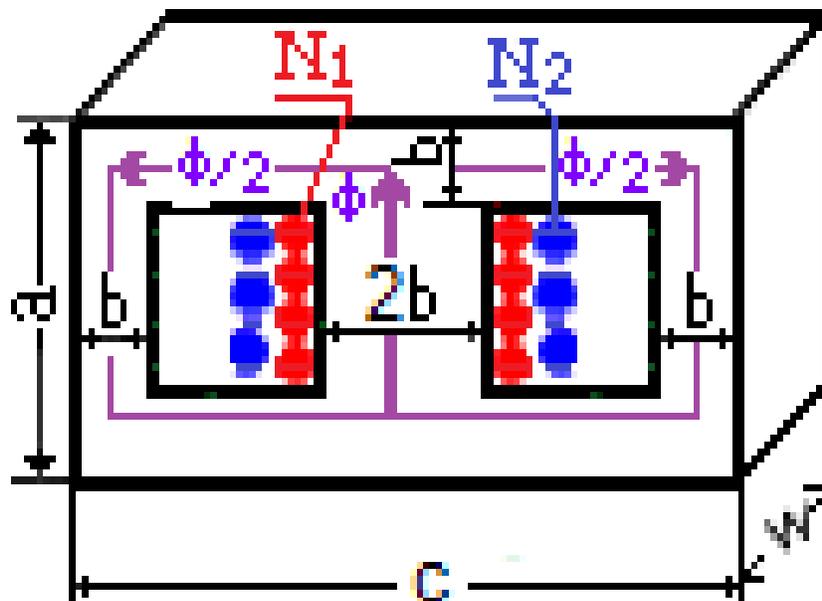


Figure 9. Description en 3D du transformateur utilisé

$a = 16.5\text{cm}$: Hauteur externe du circuit magnétique;

$b = 2\text{cm}$: Aile externe du circuit magnétique;

$c = 16.5\text{cm}$: Largeur externe du circuit magnétique;

$w = 5.5\text{ cm}$: Profondeur externe du circuit magnétique;

$f = 50$: Fréquence de l'induction ;

$N_f = 110$: Nombre des feuillets du circuit magnétique;

$N_1 = 220$: Nombre de spires de la bobine primaire;

$N_2 = 115$: Nombre de spires de la bobine secondaire.

La longueur du parallépipède équivalent au domaine à la **Figure 9** est aussi la longueur moyenne des lignes de champ dans le circuit magnétique. Elle vaut :

$$L = c + 2a - 4b \quad [24]$$

L'épaisseur d'un feuillet vaut :

$$s = \frac{w}{N_f} \quad [25]$$

La surface offerte au flux a l'expression suivante :

$$S_{Fe} = 2bw \quad [26]$$

Les caractéristiques géométriques du domaine utilisé sont données au tableau suivant :

L [m]	X=2b [m]	Z = w [m]	s [m]	S=XZ [m ²]	V=LXZ [m ³]
0.415	0.040	0.055	0.0005	0.0022	9.13x10 ⁻⁴

Tableau 1. Grandeurs caractéristiques du domaine parallépipédique équivalent au transformateur

3.2.5. Traçage et lissage des courbes

Les points expérimentaux sont marqués par « + ». l'ensemble des points expérimentaux sont utilisés en lissage polynomial des courbes y afférentes. En cas d'agrandissement le coefficient multiplicateur est directement affecté à la grandeur concernée sur son axe.

3. Résultats et Discussions

3.1. Point de vue théorique

La constante de Steinmetz, longtemps considéré empirique est analytiquement exprimée. Cette constante dépend des dimensions de la surface offerte au flux. C'est un coefficient géométrique ayant la même unité que la conductivité électrique.

Ramenée à la source inductrice, la puissance apparente appelée par un domaine magnétisé a deux expressions :

- ❖ Expression en fonction du carré de la tension d'alimentation donnant le [Modèle Tension](#) ou [Modèle Parallèle](#) ;
- ❖ Expression en fonction du carré du courant inducteur donnant le [Modèle Courant](#) ou [Modèle Série](#) ;

Exprimés avec les caractéristiques géométriques et électromagnétiques du domaine, les coefficients vérifient les unités requises pour les deux modèles.

Pour le [Modèle Tension](#) comme pour le [Modèle Courant](#), l'augmentation de la valeur efficace de l'induction entraîne la saturation du domaine. Il en résulte :

- ❖ Une diminution de la résistivité du domaine conduisant à la diminution de sa résistance et l'augmentation de la perte fer du domaine ;
- ❖ Une diminution de la perméabilité du domaine conduisant à la diminution de sa réactance et l'augmentation de la puissance réactive du domaine ;

- ❖ La nécessité de prendre en compte la magnétoresistivité d'un domaine magnétisé pour en évaluer la perte fer.

3.2. Point de vue pratique

Les résultats des tests ainsi que les grandeurs qui en découlent sont groupés dans le tableau suivant.

U20 [V]	0	25	35	45	55	65	75	85	95	105	110	115	120	125
I10 [mA]	0	12	17	22	31	35	44	56	65	75	85	100	125	150
U10 [V]	0	48	67	86	105	124	143	163	182	201	210	220	230	240
P10 [W]				1	2	2,5	4	6	8	10	12	13	15	17
Quantités déduites des mesures														
H_0 [At/m]	0	6	9	12	16	19	24	30	34	40	45	53	66	80
$10^4 B_0$ [T]	0	3145	4403	5662	6920	8178	9436	10694	11952	13210	13840	14469	15098	15727
$10^4 \mu$ [H/m]	524	524	489	472	433	430	393	356	352	330	308	273	229	197
$10^9 \rho$ [Ω m]	1805	1805	1805	1805	1798	1506	1433	1288	1149	983	980	907	856	819
Résistances et Réactances avec leurs écarts relatifs en Modèle Tension														
R_{v_mes} [Ω]				7396	5513	6150	5112	4428	4141	4040	3675	3723	3527	3388
R_{v_cal} [Ω]	7411	7411	7411	7411	5535	6185	5147	4407	4129	4035	3690	3723	3513	3364
$10^2 \frac{R_{v_mes} - R_{v_cal}}{R_{v_mes}} \%$				-0,20	-0,41	-0,56	-0,67	0,48	0,29	0,13	-0,41	0,00	0,38	0,72
X_{v_mes} [Ω]	4605	4605	4605	4605	4293	4334	4210	3862	3801	3581	3337	2727	2157	1815
X_{v_cal} [Ω]				4608	4297	4340	4215	3860	3800	3581	3339	2727	2154	1810
$10^2 \frac{X_{v_mes} - X_{v_cal}}{X_{v_mes}} \%$				-0,06	-0,08	-0,14	-0,11	0,05	0,02	0,01	-0,04	0,00	0,12	0,26
Résistances et Réactances avec leurs écarts relatifs en Modèle Courant														
R_{C_mes} [Ω]				2066	2081	2041	2066	1913	1894	1778	1661	1300	960	756
R_{C_cal} [Ω]	2066	2066	2066	2066	2081	2041	2066	1913	1894	1778	1661	1300	960	756
$10^2 \frac{R_{C_mes} - R_{C_cal}}{R_{C_mes}} \%$				0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_{C_mes} [Ω]				3319	2672	2896	2509	2194	2063	2006	1829	1775	1570	1410

$X_{C_cal} [\Omega]$	3323	3323	3323	3323	2681	2908	2523	2184	2057	2003	1836	1775	1566	1404
$10^2 \frac{X_{C_mes} - X_{C_cal}}{X_{C_mes}} \%$				-0,14	-0,33	-0,42	-0,56	0,42	0,27	0,12	-0,38	0,00	0,26	0,47

Tableau 2. Tableau récapitulatif des grandeurs mesurées et calculées

La caractéristique de magnetisation du domaine est à la **Figure 10** et les variations de la permeabilité et de la resistivité du domaine face à l'induction sont représentées à la **Figure 11** dessous.

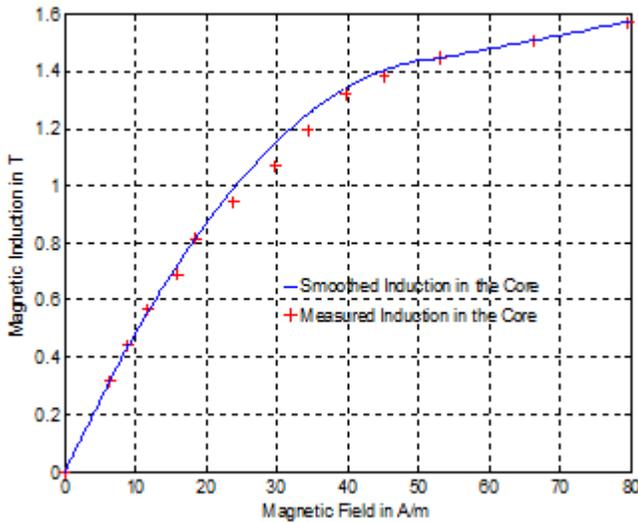


Figure 10. Caractéristique de magnetisation

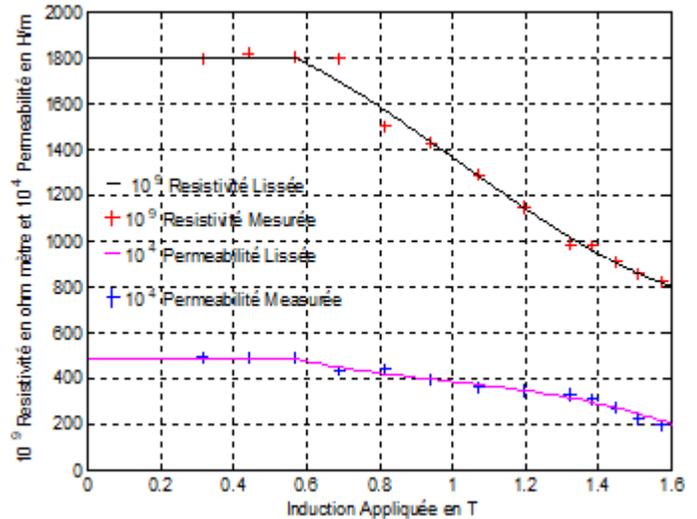


Figure 11. Resistivité et permeabilité du domaine en fonction de l'induction

La caractéristique de magnetisation presente trois parties :

- ❖ La premiere, lineaire, pour ($H < 20 \text{ At/m}$; $B < 0,8 \text{ T}$) ; c'est rare qu'un système fonctionne dans cette partie.
- ❖ La seconde, incurvée, pour ($20 < H < 50 \text{ At/m}$; $0,8 \text{ T} < B < 1,42 \text{ T}$). elle marque la transition vers la saturation.
- ❖ La troisieme, linéaire, pour ($H > 50 \text{ At/m}$; $B > 1,42 \text{ T}$). elle marque la saturation. C'est la partie où le système fonctionne.

Pour respecter le tableau 3 de recapitulation, la resistivité et la permeabilité sont multipliées respectivement par 10^9 et 10^4 lors du tracage de leurs courbes representatives en fonction de la valeur efficace de l'induction appliquée. Les trois parties vues lors du traçage de la caractéristique de magnetisation sont aussi observées si bien pour la resistivité que pour la permeabilité. Leurs variations sont assez marquées dans la zone de transition. Elles sont pratiquement constantes dans les parties non saturée et saturées. C'est tout à fait conforme aux phénomènes de mutation.

La puissance à vide du domaine en fonction du carré de l'induction appliquée est représentée à la **Figure 12** ci-contre.

Théoriquement cette courbe devrait être linéaire. A cause de la variation de la perméabilité magnétique et de la résistivité du domaine face à l'induction, elle ne l'est pas. La résistance et la réactance en **Modèle Tension** du domaine magnétisé en fonction de l'induction appliquée est représentée à la figure 13 ci-dessous et en **Modèle Courant** à la figure 14.

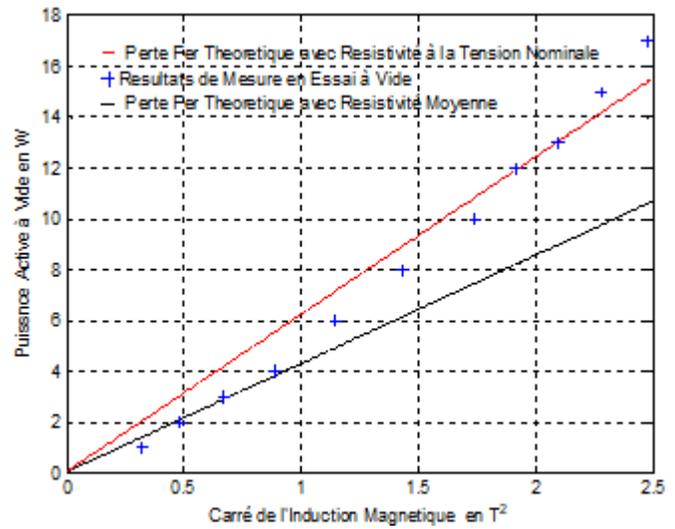


Figure 12. Puissance en fonction du carré de l'induction

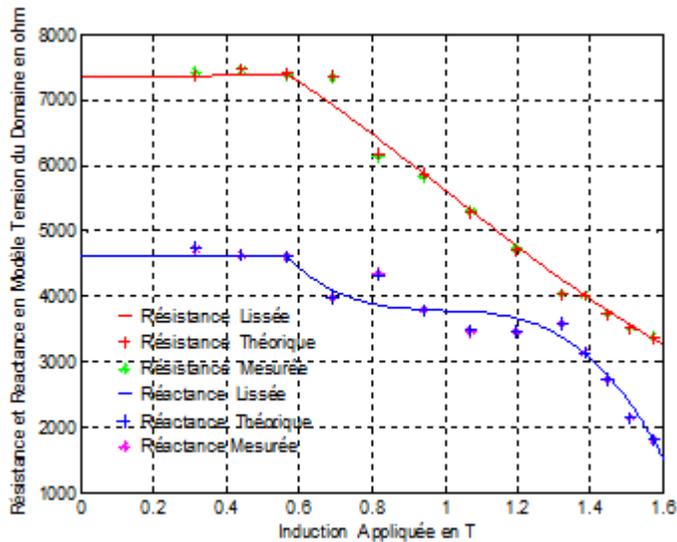


Figure 13. Résistance et Réactance en **Modèle Tension** en fonction de l'induction

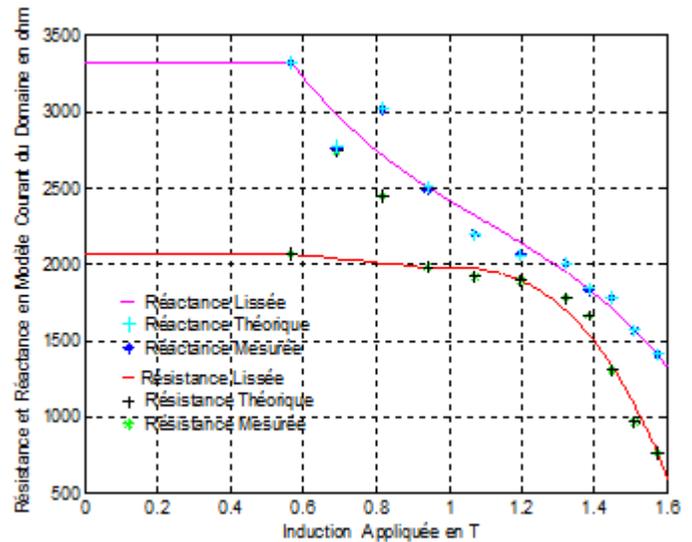


Figure 14. Résistance et Réactance en **Modèle Courant** en fonction de l'induction

L'influence des trois zones sont toujours marquées sur les résistances et les réactances du domaine magnétisé pour les deux modèles.

Théoriquement cette courbe devrait être linéaire. A cause de la variation de la perméabilité magnétique et de la résistivité du domaine face à l'induction, elle ne l'est pas.

Selon le **Tableau 2** la valeur absolue de l'écart relatif ramené à la mesure ne dépasse pas un pourcent. Ce résultat confirme la validité des formules établies avec les caractéristiques électromagnétiques et géométriques du domaine. Comme ce résultat est obtenu en utilisant la résistivité et la perméabilité par point de mesure, il est nécessaire de revoir la magnétorésistivité d'un domaine.

La vérification de la dualité parallèle-série selon la formule [16] est regroupée au tableau ci-dessous.

Méthode Expérimentale						Méthode Théorique					
Modèle Tension			Modèle Courant			Modèle Tension			Modèle Courant		
R_v [Ω]	X_v [Ω]	R_c [Ω]		X_c [Ω]		R_v [Ω]	X_v [Ω]	R_c [Ω]		X_c [Ω]	
Mesuré		Mesuré	Recalculé.	Mesuré	Calculé			Mesuré	Calculé	Mesuré	
7396	4605	2066	2066	3323	3319	7411	4608	2066	2066	3323	3323
5513	4293	2081	2081	2681	2672	5535	4297	2081	2081	2681	2681
6150	4334	2041	2041	2908	2896	6185	4340	2041	2041	2908	2908
5112	4210	2066	2066	2523	2509	5147	4215	2066	2066	2523	2523
4428	3862	1913	1913	2184	2194	4407	3860	1913	1913	2184	2184
4141	3801	1894	1894	2057	2063	4129	3800	1894	1894	2057	2057
4040	3581	1778	1778	2003	2006	4035	3581	1778	1778	2003	2003
3675	3337	1661	1661	1836	1829	3690	3339	1661	1661	1836	1836
3723	2727	1300	1300	1775	1775	3723	2727	1300	1300	1775	1775
3527	2157	960	960	1566	1570	3513	2154	960	960	1566	1566
3388	1815	756	756	1404	1410	3364	1810	756	756	1404	1404

Tableau 3. Tableau de vérification de la dualité parallèle-série

Ce tableau a été rempli avec les valeurs des résistances et des reactances obtenues par la méthode expérimentale d'une part et la théorie utilisant la résistivité et perméabilité du domaine pour différentes valeurs de l'induction d'autre part. Ces valeurs sont dans les colonnes « mesuré » et « calculé ». Les colonnes « Recalculé » contiennent les valeurs recalculées pour transformer le **Modèle Tension** en **Modèle Courant**. Les valeurs à comparer ont la même couleur. La coincidence des résultats vient de l'utilisation des résistivités et des perméabilités par point de mesure et non une résistivité constante ni une perméabilité invariable.

Conclusion et Perspectives

Par l'étude du mécanisme de la consommation de puissance apparente par un domaine parallélépipédique soumis à une variation temporelle unidimensionnelle d'un flux magnétique longitudinal, l'expression analytique de la puissance empirique de Steinmetz est établie. A l'aide du bilan des puissances, la puissance réactive associée est formulée à son tour. La puissance apparente est ainsi exprimée de deux façons grâce aux lois de Faraday et d'Ampère associées aux lois de comportements électromagnétiques du domaine étudié :

La première manière consiste à exprimer la puissance apparente par la tension induite. Conformément à la théorie de boîte noire, cette méthode conduit à une représentation du domaine par une cellule RL en parallèle. Le modèle obtenu est appelé par les auteurs **Modèle Tension** ou **Modèle Parallèle**.

La deuxième manière consiste à exprimer la puissance apparente à l'aide du courant inducteur. Conformément à la théorie de boîte noire, cette méthode conduit à une représentation du domaine par une cellule RL en série. Le modèle obtenu est appelé par les auteurs **Modèle Courant** ou **Modèle Série**.

Par sa facilité de confrontation, seule la transformation d'une cellule en parallèle en cellule série est effectuée pour vérifier la concordance des éléments représentant le domaine magnétisé. La démarche est laissée au soin des lecteurs. Les résultats obtenus sont satisfaisants comme le prouvent le **Tableau 2** et le **Tableau 4**.

La tension est induite par l'induction B et le courant est l'inducteur de B. En **Modèle Tension** comme en **Modèle Courant**, la puissance apparente est proportionnelle au carré de la tension ou du courant. Cette puissance est donc proportionnelle au carré de l'induction. Chacun des composants de cette puissance devrait varier linéairement en fonction du carré de l'induction. mais la **Figure 12** montre que le nuage des points de mesure ne forme pas une droite. C'est la conséquence de la diminution de la résistivité ρ et de la perméabilité μ du domaine en fonction de la valeur efficace de l'induction B. Cette diminution est suivie de la décroissance de la résistance et de la réactance du domaine face à la valeur efficace de la source qui augmente. Aussi la puissance active et la puissance réactive augment-elles quand la valeur efficace de l'induction augmente.

En conclusion, l'augmentation de la valeur efficace de l'induction dans un domaine ferromagnétique provoque dans ce domaine la saturation caractérisée par :

- ❖ Une diminution de la résistance et de la réactance représentant le domaine quel que soit le modèle utilisé à cause de la diminution de la résistivité et de la perméabilité du domaine ;
- ❖ Une augmentation de la perte fer conformément au premier constat.

Améliorer les résultats par l'introduction de la magnéto-résistivité, les appliquer à la conception des transformateurs, les étendre aux études des machines électriques tournantes demeurent des chantiers ouverts pour les auteurs et les passionnés des machines électriques. La collaboration avec les professionnels des machines est indispensable pour rendre ces tâches efficaces et contributives au développement et à l'amélioration des dispositifs à courant variable.

Remerciements

Les auteurs sont très reconnaissants à l'égard d'OpenScience, pour sa compréhension envers les chercheurs qui ont tellement de soutiens, en publiant gracieusement leurs travaux.

Bibliographie

- [JAF 13] John A. Fleming, « *The Alternate Current Transformer in Theory and Practice* », Vol. 2, Forgotten Books 2013, originally published 1892, www.ForgottenBooks.org
- [AST 15] Tsialefitry Aly Saandy, M. Rakotomalala, Saïd Mzé, A. F. Toro and A. Jaomiary, « *Analytical Modeling of the Steinmetz Coefficient for Single-Phase Transformer Eddy Current Loss Prediction* », International Journal of Scientific & Technology Research, Vol.4, Issue12, December 2015, pp 270-275
- [AST 15a] Tsialefitry Aly Saandy, M. Rakotomalala, Saïd Mzé, A. F. Toro and A. Jaomiary, « *Analytical Modeling of the Steinmetz Coefficient for Single-Phase Transformer Eddy Current Loss Prediction* », International Journal of Scientific & Technology Research, Vol.4, Issue12, December 2015, pp 382-389

- [RAL15] Jean RALISON, Tsialefitry ALY SAANDY, Avisel Fredo TORO et Jeannot VELONTSOA. « *Impact du courant de Foucault sur la détermination des éléments du schéma équivalent d'un transformateur monophasé* ». Afrique Science, Vol.11, N°4 (2015), 1 juillet 2015, <http://www.afriquescience.info/document.php?id=4878>. ISSN 1813-548X.
- [CHE 12] Claude CHEVASSU, « *Machines électriques: Cours et Problèmes* »; Date: 20 juillet 2012 pp 27-33 modifié le 26/09/2013 07 :15
- [MUL 97] Bernard MULTON « *Modèles électriques du transformateur électromagnétique* », Antenne de Bretagne de l'École Normale Supérieure de Cachan. Revue 3EI décembre 1997 ; pp 2-5
- [CHI 14] Nicola Chiesa, « *Power Transformer Modeling for Inrush Current Calculation* », Thesis for the degree of Philosophiae Doctor Trondheim, June 2010 modifié le 20/06/2014 12:11 pp 10-33
- [DAV 14] David W. Johnson, « *The Transformer Equivalent Circuit From Experiment* », Grand Valley State University, Padnos School Of Engineering, april 17, 2000 modifié le 20/06/2014 12:23 pp 2-4