

Modélisation 0D turbulente d'un moteur essence en vue de sa Millérisation

Zero-dimensional turbulence modeling of a gasoline engine in a Miller cycle "Rightsizing" approach

Marcellin PERCEAU^{1,2}, Philippe GUIBERT², Stéphane GUILAIN¹

¹ Renault – Guyancourt, France, marcellin.perceau@renault.com

² Sorbonne Université, Institut Jean le Rond d'Alembert, France.

RÉSUMÉ. Les nouvelles restrictions environnementales poussent les constructeurs automobiles à s'intéresser aux cycles à détente prolongée et à laisser de côté le classique cycle de Beau de Rochas. Le cycle de Miller fait partie de cette famille de cycle et peut s'appliquer simplement aux moteurs à allumage commandé en modifiant le diagramme de fermeture des soupapes d'admission. Le moteur effectue une détente plus importante que la phase de compression effective. La millérisation d'un moteur se fait en augmentant la taille de celui-ci et en fermant les soupapes d'admission en avance. L'instant de fermeture est choisi de manière à suivre la même phase de compression effective que le moteur de référence. Cette démarche est connue sous le nom de « rightsizing ». Ce papier décrit une approche zéro dimensionnelle pour estimer les bénéfices obtenus par la millérisation d'un moteur de référence. Le modèle comprend un sous modèle de transfert thermique, basé sur la corrélation du coefficient de convection de Woschni, ainsi qu'un sous modèle de frottements qui permet de prendre en compte l'effet d'une augmentation de la taille. La fermeture prématurée des soupapes d'admission du cycle de Miller tend à réduire l'intensité des mouvements aérodynamiques internes au cylindre, le niveau de turbulence en fin de compression est donc réduit. Ce phénomène augmente la durée de combustion et affecte le rendement. Un modèle de turbulence K-k- ϵ est utilisé pour estimer l'intensité de la turbulence en fin de compression. Une relation entre la durée de combustion et la turbulence est proposée. Pour le moteur de référence, les gains obtenus par millérisation permettent l'augmentation d'un point de rendement, correspondant à une amélioration d'efficacité d'environ 3%, valeur très significative pour un rendement.

ABSTRACT. New environmental regulations are encouraging automakers to focus on over-expanded cycles and to set aside the classic Otto cycle. The Miller cycle is part of this family of cycles and can be applied to spark ignition engines easily by modifying the intake valve closing event. The engine expands more than the actual compression phase. The millerization of an engine is done by increasing the size of the engine and closing the intake valves in advance. The closing time is chosen to follow the same effective compression phase as the reference engine. This process is known as "rightsizing". This paper describes a zero-dimensional approach to estimate the benefits obtained by millerization of a reference engine. The model includes a heat transfer sub-model, based on the Woschni coefficient, as well as a friction sub-model that allows us to take into account the effect of an increase in size. Premature closure of the intake valves in the Miller cycle tends to reduce the intensity of aerodynamic movements within the cylinder, so the level of turbulence at the end of compression is reduced. This phenomenon increases combustion duration and affects efficiency. A K-k- ϵ turbulence model is used to estimate the intensity of turbulence at the end of compression. A relationship between combustion time and turbulence is proposed. For the reference engine, the benefits obtained by millerization allow an increase of one efficiency point, corresponding to an efficiency improvement of about 3%.

MOTS-CLÉS. MCI, cycles à détente prolongée, cycle de Miller, EIVC, modèle 0D, Turbulence, rayon de flamme.

KEYWORDS. ICE, Over-expanded cycle, Miller cycle, EIVC, 0D model, Turbulence, flame radius.

1. Cycle de Miller

1.1. Introduction

Le secteur du transport est à l'origine de 18% des émissions de CO_2 en 2016, contre 15% en 1990 [1]. Cette augmentation combinée au réchauffement climatique a poussé le parlement européen à restreindre les émissions en imposant la norme Euro 6 aux constructeurs automobiles. En 2035, dans un scénario de réglementations environnementales élevées, 77,2% des véhicules vendus dans le monde contiendront un moteur thermique essence, seulement 11,9% de véhicules seront entièrement

électriques et 0,1% seront à piles à combustible [2]. Le secteur est donc en pleine évolution et de nombreuses innovations voient le jour pour améliorer les moteurs à combustion interne.

Les véhicules tendront à s'électrifier [3], [4] et verront l'apparition de nouveaux composants leur permettant d'évoluer de manière optimale sur de plus grandes plages de fonctionnement [5]. Les propriétés de l'air et du carburant pourront également être modifiées [6]–[8] et l'application de cycles à détente prolongée permettront d'obtenir des moteurs à forts rendements.

Les premiers cycles à détente prolongée sont attribués à l'ingénieur britannique James Atkinson. Il est à l'origine de trois brevets de moteurs disposant d'un embiellage complexe [9], [10]. Pour plus de détails sur ces moteurs, le lecteur pourra se référer à l'article de Marshall (2009) sur l'histoire des machines d'Atkinson [11]. Un moteur à détente prolongée de ce type, disposant d'un embiellage complexe, n'est actuellement pas commercialisé dans un véhicule. Des recherches ont été menées sur ce même sujet par les entreprises BMW [12] et Honda, avec son moteur EXlink [13], [14]. Les principaux inconvénients de ces moteurs sont les pertes par friction, l'inertie des pièces ajoutées et l'encombrement du système. L'intérêt pour ce type de systèmes semble être plus grand lorsqu'ils permettent de faire varier le taux de compression, comme par exemple les moteurs MCE-5 et VC-turbo. Nous pouvons également remarquer que Honda modifie son moteur EXlink et se dirige aussi vers la compression variable [15].

Une autre méthode, permettant de découpler les phases de compression et de détente, est de jouer sur la loi de levée des soupapes d'admission. En fermant les soupapes d'admission avant ou après le point mort bas, la phase de compression sera plus courte que la phase d'expansion. Cette méthode a été appliquée pour la première fois par l'ingénieur américain Ralph Miller. Il a créé un système permettant d'avancer ou de retarder la fermeture des soupapes d'admission en fonction de la charge. Il s'est intéressé au moteur à allumage par compression, à allumage commandé et au moteur deux temps dans trois brevets, datant respectivement de 1954 [16], 1956 [17] et 1957 [18]. La différence de dénomination entre moteur à cycle de Miller et à cycle d'Atkinson n'est pas claire. Certains auteurs, ou entreprises, ne regardent pas la loi de levée. Ils parlent de cycle d'Atkinson pour un moteur à aspiration naturelle et de cycle de Miller pour un moteur suralimenté, car R. Miller fait référence à des turbocompresseurs dans ses brevets. Cependant, la plupart s'accordent à dire qu'un cycle d'Atkinson est obtenu par retard de la fermeture des soupapes d'admission (LIVC) tandis qu'un cycle de Miller s'obtient par avance de fermeture de ces soupapes (EIVC). Nous retiendrons cette définition pour la suite de cet article.

1.2. Démarche « Rightsizing »

Lors de la conception d'un nouveau moteur, deux méthodes peuvent être appliquées pour obtenir des gains de consommation sur la base du cycle de Miller. La première méthode consiste à gagner en efficacité lorsque le moteur est à pleine charge en air, « Rightsizing », et la seconde permet de réduire les pertes par pompage, « Dethrottling », lorsque le moteur fonctionne à charge partielle. Nous développerons, dans les paragraphes suivants, spécifiquement le Rightsizing.

Les dernières années ont vu l'arrivée d'un nouveau concept dans le monde des moteurs à combustion interne : le « downsizing ». Il s'agit de réduire la taille des moteurs par réduction du volume des cylindres ou, par exemple, par l'utilisation de trois cylindres au lieu de quatre. Ces moteurs disposent également d'un turbocompresseur, leur permettant de fournir la même puissance qu'un moteur de cylindrée plus importante. L'injection directe de carburant a aussi permis d'améliorer leurs performances. Cette réduction de taille diminue la masse et les frottements, elle diminue ainsi la consommation. L'intérêt, de la part des constructeurs, pour le cycle de Miller semble stopper cette tendance. En effet, le terme « rightsizing » commence à apparaître dans les revues automobiles. Les constructeurs se basent sur un moteur « downsized » de leur gamme et conçoivent un moteur de cylindrée supérieure. L'augmentation de taille vient de la détente prolongée du cycle de Miller. Nous

pouvons citer l'exemple des moteurs Ecotec de Opel [19], [20], des moteurs TSI de Volkswagen [21], des moteurs TFSI de Audi [22] et également du moteur boxer pour motos de BMW [23].

L'augmentation de la cylindrée s'effectue principalement en augmentant la course du piston. Le faible volume mort de la chambre de combustion est donc conservé, ce qui permet de garder un taux de compression maximal admissible avant l'apparition de cliquetis et ainsi ne pas dégrader le rendement du moteur. Le gain obtenu par la réalisation d'un cycle de Miller est un gain de travail (basé sur un moteur dont la détente a été prolongée par rapport à un moteur de référence suivant un cycle d'Otto ayant le même taux de compression). L'efficacité thermique est donc augmentée, la Figure 1 permet d'éclairer ce principe. Le moteur de référence suit les phases classiques d'admission (1 → 2), de compression (2 → 3), de combustion (3 → 4), de détente (4 → 5) et d'échappement (5 → 1). Le moteur Miller à détente prolongée (4 → 5') suit la même phase de compression (2 → 3), il possède le même taux de compression effectif que le moteur de référence. En supposant que la combustion soit la même pour les deux moteurs, en utilisant la même quantité de carburant, le gain de travail (zone : 5-5'-6-2) implique une meilleure efficacité thermique pour le moteur Miller. Notons que les pertes par frottements induites par la plus longue phase d'expansion sont largement compensées par le gain de travail obtenu [22]. De plus, les motoristes portent un soin particulier à la réduction des frottements des pièces mobiles en travaillant sur la segmentation, le traitement de surface de la chemise, les roulements, le type d'huile utilisé, etc.

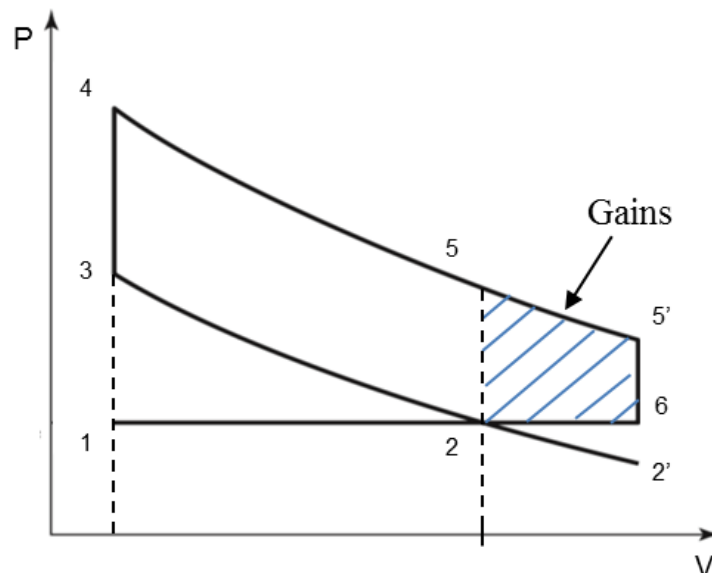


Figure 1. Diagramme PV théorique présentant le gain obtenu grâce au cycle de Miller, à taux de compression égal

1.2. Limite du cycle de Miller

La principale limite du cycle de Miller est que la durée d'admission plus courte entraîne une perte dans le contrôle de l'aérodynamique interne. En effet, le mouvement de tumble est moins intense ce qui conduit à un plus faible niveau de turbulence au point mort haut avant la phase de combustion. Or la turbulence, par plissement du front de flamme, accélère la combustion et améliore sa stabilité. Une détérioration de l'aérodynamique interne a donc un fort impact sur l'efficacité thermique du moteur. La durée de combustion, liée au niveau d'énergie cinétique turbulente, est alors un paramètre important à prendre en compte lors de l'étude du cycle de Miller.

2. Modélisation zéro dimensionnelle du cycle moteur

2.1. Contexte de la modélisation

Un modèle 0D/1D est développé pour estimer les bénéfices obtenus par la millérisation d'un moteur de référence incluant le calcul du niveau de turbulence en fin de compression. Cette modélisation cherche à déterminer les gains obtenus sur l'efficacité en fonction de l'instant de fermeture des soupapes d'admission (RFA), et donc du degré de millérisation du moteur dans une démarche de « Rightsizing » par rapport à un moteur de référence.

Le modèle est basé sur les lois de conservation de masse et d'énergie et est discrétisé en volumes homogènes. Le lecteur pourra se référer à la bibliographie pour plus de détails concernant les équations [24]. Le fluide est considéré comme un gaz parfait compressible dont les propriétés thermodynamiques changent en fonction de la composition et de la température. Les débits entrant et sortant sont fonction d'un coefficient de décharge qui dépend de la levée des soupapes [25]. Le carburant est de l'isooctane et les opérations se font à richesse égal 1.

Durant la phase de combustion, le modèle considère deux zones avec un volume contenant les gaz brûlés et le second les gaz frais, qui seront consommés lors de la réaction. La pression est supposée la même dans tout le cylindre. La loi de Wiebe décrit la création d'énergie par la réaction de combustion, où $x_b = m_b/m_{u,init}$ [25], [26] :

$$x_b(\theta) = 1 - \exp \left[-a \left(\frac{\theta - \theta_{ign}}{\Delta\theta_{comb}} \right)^{m+1} \right]$$

Où θ_{ign} est l'angle d'allumage, $\Delta\theta_{comb}$ est la durée de combustion, m est le facteur de forme et a le facteur d'efficacité.

Les pertes thermiques sont modélisées en utilisant la formule de Woschni qui permet de calculer le coefficient de transfert à la culasse, au piston, aux soupapes et à la chemise [24]. Un sous modèle de frottement permet d'évaluer les pertes mécaniques générées par les différents éléments mécaniques [25]. Ces deux sous modèles permettent de prendre en compte l'effet d'une augmentation de la course et son action sur l'efficacité thermique.

L'efficacité peut ainsi être calculée en fonction de la durée de combustion $\Delta\theta_{comb}$ et pour différents RFA.

2.2. Millérisation d'un moteur de référence

Le moteur de référence choisi a un diamètre de 72,2mm et une course de 73,1mm, le tout pour une cylindrée totale de 0.9L. Il suit la distribution suivante : AOA=5°CA, RFA=210°CA, AOE=511°CA et RFE=715°CA. Les calculs se feront à pleine charge, papillon entièrement ouvert, et à 2000 tr/min.

Le moteur Miller ($RFA < RFA_{ref}$) doit aspirer la même quantité d'air que le moteur de référence pour conserver le même taux de compression effectif. Sa cylindrée est alors augmentée en jouant sur la course, tout en gardant le diamètre et le volume mort constants. Les calculs doivent être effectués en examinant la masse d'air frais admise par le moteur en itérant sur plusieurs cycles complets. La quantité de carburant injectée étant proportionnelle à la masse d'air admise, les comparaisons se feront avec la même quantité d'énergie de combustion. La Table 1 présente les dimensions des moteurs Miller étudiés et du moteur de référence. Lorsque le RFA est de 160°CA, la course est augmentée d'environ 5mm ce qui correspond à une augmentation d'environ 7% de la cylindrée.

Moteur	RFA (° CA)	Course (mm)	Cylindrée (L)
Ref	210	73,10	0,898
M170	170	75,01	0,921
M160	160	78,13	0,960
M150	150	82,48	1,013
M140	140	88,27	1,084
M130	130	95,87	1,177

Table 1. Evolution des dimensions du moteur en fonction du degré de millérisation

Les bénéfices du cycle de Miller sont dus à l'expansion prolongée réalisée durant la phase de détente, ce qui peut s'observer sur le diagramme PV. En effet, la comparaison se fait à énergie de combustion constante, les gains d'efficacité sont alors des gains de travail. La Figure 2 présente le diagramme PV du cycle de référence et de celui du moteur M130 obtenu par calcul OD. La surface bleue représente les gains dus à l'expansion prolongée. La surface grisée représente les gains du cycle de référence par rapport au cycle Miller, montrant l'impact des différences de cinématique entre les deux moteurs.

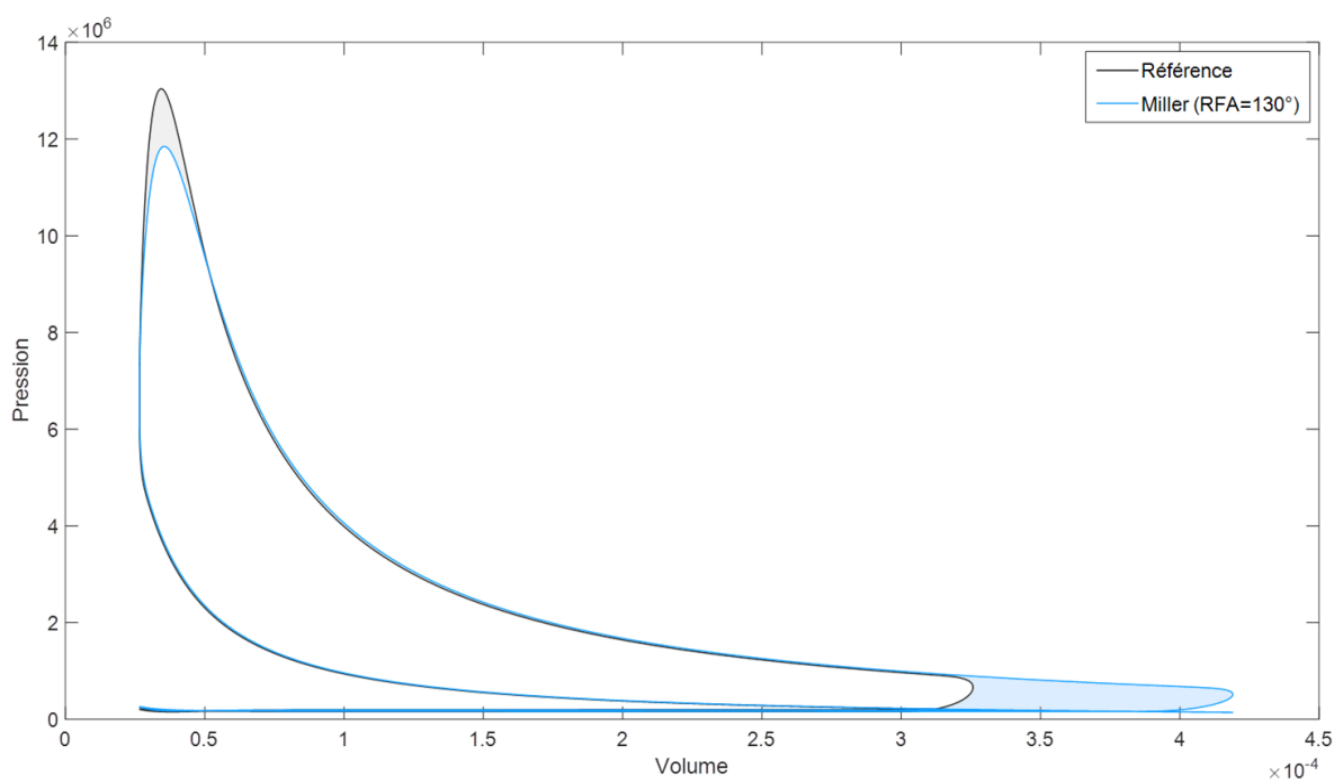


Figure 2. Diagramme PV – Gains de travail générés lors d'une démarche de « rightsizing » - Calcul OD

La Figure 3 présente les pertes par frottement sous forme de pression moyenne effective de frottement (f_{mep}) et les pertes d'énergie dues à cette friction. La perte au piston et aux systèmes auxiliaires augmente avec la course et donc avec le degré de millérisation. Les pertes au vilebrequin restent les mêmes et celles dues à la distribution augmentent légèrement lorsque le RFA diminue. Pour le moteur de référence, les pertes représentent environ 8,5% du travail indiqué, tandis que pour le cycle Miller elles peuvent atteindre 10% pour le moteur M130.

Parler de millérisation impose de prendre en compte ces pertes car toute la cinématique est modifiée. L'analyse des gains ou pertes de performances doit donc être réalisée sur la pression moyenne effective et non la pression moyenne indiquée.

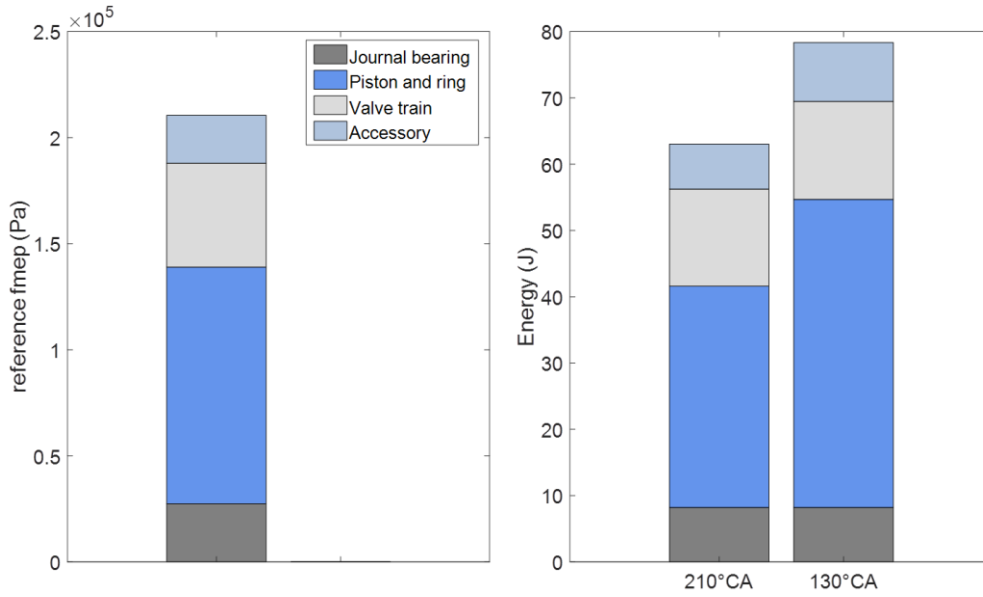


Figure 3. Pertes par frottement cumulées
 $\theta_{ign} = 350^{\circ}CA$ – durée de combustion $40^{\circ}CA$ – $N = 2000 \text{ tr. min}^{-1}$

2.3. Modélisation de la turbulence

2.3.1. Equations du modèle $K - k - \varepsilon$

Le taux de turbulence avant combustion est estimé en utilisant un modèle de turbulence $K - k - \varepsilon$. Plusieurs modèles de ce type existent à ce jour. Ils diffèrent principalement sur la manière de décrire l'entrée d'énergie dans le système, sur la production de turbulence issue de l'écoulement moyen non tumble et sur la création de turbulence par destruction du mouvement de tumble. Pour ce modèle, le choix a été fait de conserver la structure générale des équations du modèle de Fogla avec un débit entrant multiplié par le coefficient C_T [27] tout en intégrant la fonction tumble decay issue d'un calcul analytique du modèle de Kim [28]. Ce choix permet de s'astreindre de lourds calculs CFD supplémentaires. De plus, des équations réduites, pour la production de turbulence issue de l'écoulement non tumble, seront utilisées à la manière de Bozza [29].

Le modèle est composé de quatre équations qui décrivent l'évolution de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen non tumble (MKE) où $K = 1/2 \cdot U^2$ (U vitesse de l'écoulement moyen), de l'énergie cinétique turbulente (TKE) où $k = 3/4 \cdot u'^2$ (u' vitesse turbulente), du taux de dissipation ε et du moment cinétique du tumble L :

$$\frac{dmK}{dt} = (1 - C_a)\dot{E}_{in} - \dot{m}_{out}K + mK\frac{\dot{\rho}}{\rho} - P_K \quad (1)$$

$$\frac{dmk}{dt} = C_a\dot{E}_{in} - \dot{m}_{out}k + P_k - m\varepsilon + C_{tumb}m\dot{k}_{\psi} \quad (2)$$

$$\frac{dm\varepsilon}{dt} = \dot{E}_{in}\frac{\sqrt{k}}{L_g} - \dot{m}_{out}\varepsilon + P_{\varepsilon} - \left[C_{\varepsilon 2} + \frac{C_{\mu}\eta^3\left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta\eta^3} \right] \frac{m\varepsilon^2}{k} + C_{tumb}m\dot{k}_{\psi}\frac{\sqrt{k}}{L_g} \quad (3)$$

$$\frac{dL}{dt} = \dot{L}_{in} - L \frac{\dot{m}_{out}}{m} - \dot{L}_{\psi} \quad (4)$$

Toutes les grandeurs du modèle de turbulence sont décrites en annexe, le lecteur pourra s'y référer pour plus d'informations.

L'énergie entrante est partagée en deux à l'aide du coefficient C_T , obtenu par mesures sur banc stationnaire [30]. Une partie contribue à la création d'énergie cinétique et la seconde contribue à la formation du mouvement de tumble. Les trois premières équations générales du modèle contiennent le terme de création d'énergie cinétique \dot{E}_{in} qui dépend de la constante C_{in} représentant une perte d'énergie cinétique en entrée du cylindre. Le coefficient C_a , constante de calage, permet de décomposer cette énergie en deux, avec une partie injectée dans l'équation de MKE et l'autre dans celle de TKE. Le terme de création de moment cinétique de l'écoulement tumble \dot{L}_{in} se calcule avec r_t rayon de tumble issu du calcul du moment d'inertie à la manière de Kim [28]. Les deux termes d'énergie entrante s'écrivent :

$$\dot{E}_{in} = (1 - C_T) \frac{\dot{m}_{in}}{2} C_{in} v_{in}^2 \quad (5)$$

$$\dot{L}_{in} = C_T \dot{m}_{in} \sqrt{C_{in}} v_{in} r_t \quad (6)$$

La masse interne au cylindre s'écrit m , \dot{m}_{out} représente le débit sortant et ρ la masse volumique. Le terme \dot{k}_{ψ} représente l'énergie turbulente apportée par la perte de moment cinétique \dot{L}_{ψ} du mouvement de tumble [28]. La constante de calage C_{tumb} permet de moduler son intensité. La longueur caractéristique $L_g = C_{len} \min(course, rayon)$ est modulée par la constante de calage C_{len} .

Ce système comprend deux termes de production P_k et P_{ε} qui modélisent la production d'énergie cinétique turbulente, et la dissipation associée. La production s'effectue par un phénomène de cascade des structures de grandes échelles vers celles de plus petites échelles, représentée par P_K , et par des effets de compression :

$$P_K = 2C_b m v_t \frac{2K}{L_g^2} \quad (7)$$

$$P_k = P_K + \frac{2}{3} m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{2}{3} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 \quad (8)$$

$$P_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{k} \left[C_{\varepsilon 1} P_K + \left(\frac{2}{3} C_{\varepsilon 1} - C_{\varepsilon 4} \right) m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{2}{3} C_{\varepsilon 1} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 \right] \quad (9)$$

Ces termes de production viennent de la réduction des équations 3D à la manière de Bozza [29], le calcul est détaillé en annexe. Où $\nu_t = C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}$ est la viscosité cinématique, C_b est une constante de calage, $\eta = \sqrt{\frac{P_K}{m v_t}} \frac{k}{\varepsilon}$ et les valeurs des constantes sont présentées en annexe [31].

Ce modèle permet d'estimer la vitesse turbulente avant combustion u' , après calage sur un résultat de calcul 3D. A la manière de De Bellis [32], en faisant dépendre les constantes de calage C_{len} et C_{tumb} de l'instant de fermeture des soupapes d'admission, la vitesse turbulente peut être estimée pour différentes valeurs de RFA.

2.3.2. Calage du modèle

Ce modèle comprend cinq constantes de calage C_a , C_{in} , C_b , C_{len} et C_{tumb} qu'il faut déterminer. Cette étape s'effectue en superposant l'énergie cinétique turbulente issue des calculs 0D à celle déterminée par calculs CFD 3D. Les constantes C_a et C_{in} permettent de régler l'intensité du premier maximum de vitesse turbulente. S'en suit un jeu sur la constante C_{len} pour superposer la dernière partie de la courbe. Après un premier calage, il convient d'affiner le résultat en jouant sur C_b tout en continuant de faire varier les constantes C_a , C_{in} et C_{len} . Pour finir, la constante C_{tumb} permet de caler le deuxième maximum de vitesse turbulente. La Figure 4 présente l'effet d'une variation de 20% de la valeur des constantes sur la courbe d'énergie cinétique turbulente normalisée par $0,5u_p^2$ où u_p est la vitesse moyenne du piston.

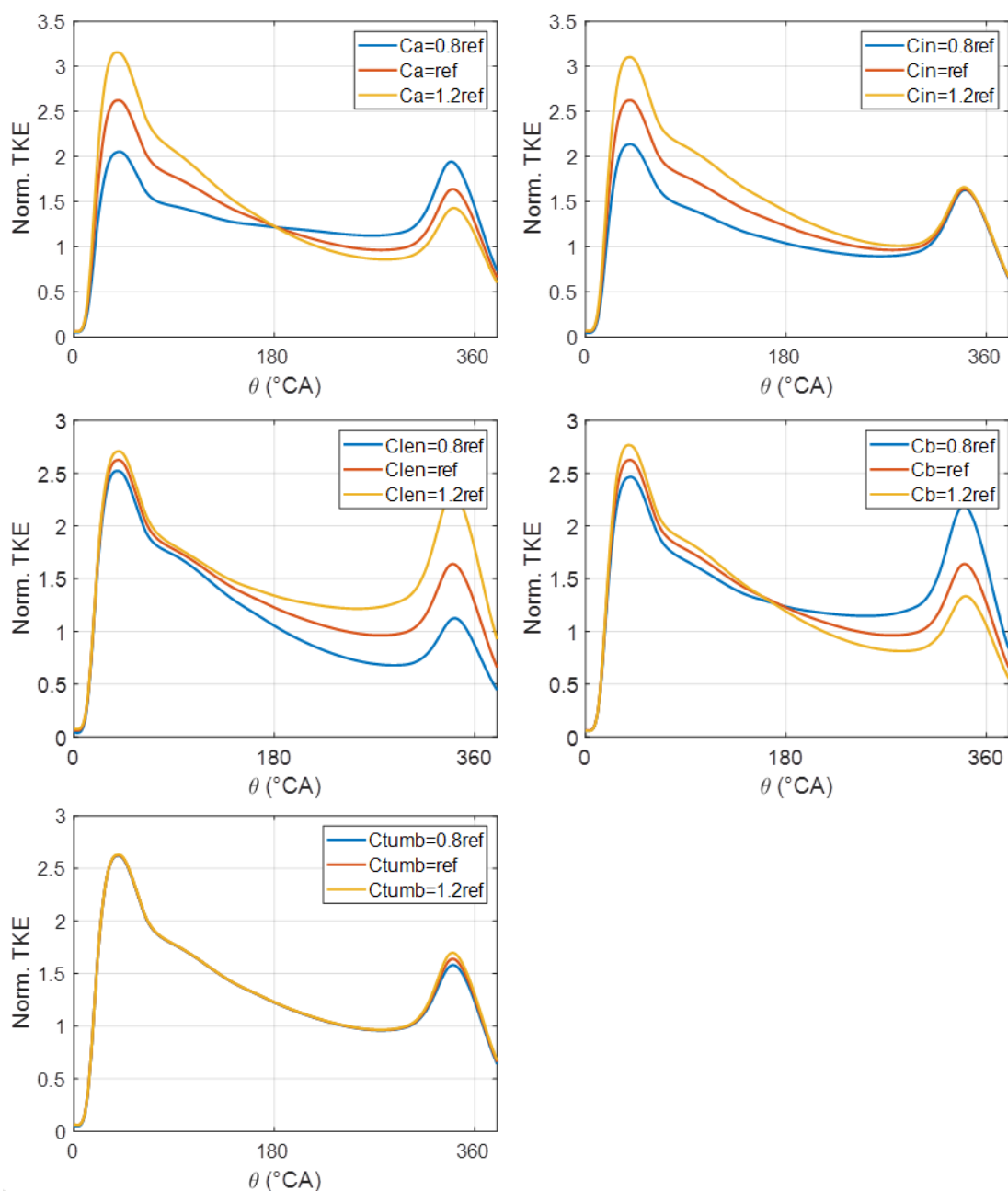


Figure 4. Effet d'une variation des constantes de calage sur l'énergie cinétique turbulente

La Figure 5 présente le résultat du calage. Les calculs 3D-CFD sont effectués avec le logiciel commercial CONVERGE utilisant un algorithme $k - \varepsilon$ classique. Une attention particulière a été portée sur la bonne concordance des courbes pour des angles supérieurs à 300°CA et ainsi avoir un bon comportement juste avant la phase de combustion. Les constantes obtenues valent :

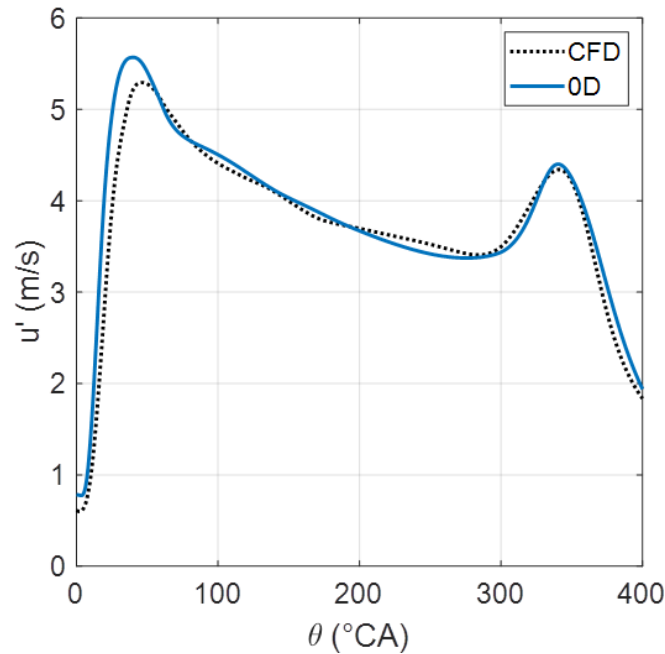


Figure 5. Calage du modèle de turbulence
Pleine charge – $N = 2000tr/min$

Les grandeurs associées au système d'équations turbulentes pour ce calage sont présentées en Figure 6. L'énergie cinétique moyenne (MKE) et l'énergie turbulente (TKE) sont normalisées par $0.5u_p^2$, le taux de dissipation par u_p^3/D_{cyl} et le moment cinétique par $0.5mu_p D_{cyl}$ où m représente la masse d'air interne au cylindre après la phase d'admission.

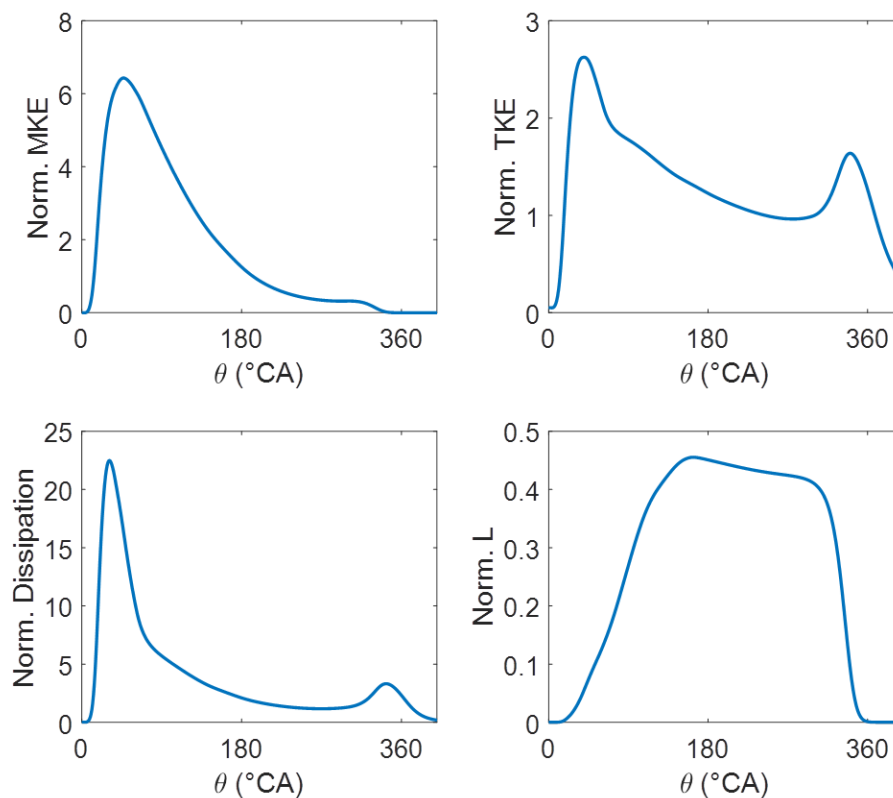


Figure 6. Evolution des grandeurs du système d'équations différentielles pour le calage

Nous pouvons remarquer que l'énergie cinétique moyenne non tumble (MKE) créée est rapidement transformée en TKE. Ce premier phénomène de cascade d'énergie cinétique des grosses échelles vers les plus petites empêche la TKE créée dès l'admission de s'effondrer trop rapidement et donne l'allure de faible pente, entre ses deux maximums, à la courbe de TKE. Cette observation se confirme par le maximum du terme de production P_K pour un angle inférieur à 180°CA , voir Figure 7 où P_K est normalisé par $\mu u_p^3/D_{cyl}$. La MKE est faible vers 250°CA , s'amplifie légèrement avant 360°CA par compression puis s'annule à 360°CA au PMH. En effet, le deuxième maximum du terme P_K indique que le reste de la MKE est transformée juste avant 360°CA . La seconde partie du mouvement de grande échelle, représentée par le moment cinétique du tumble, s'effondre ensuite vers 300°CA et se transforme en TKE, venant ainsi créer le second maximum local sur la courbe de TKE.

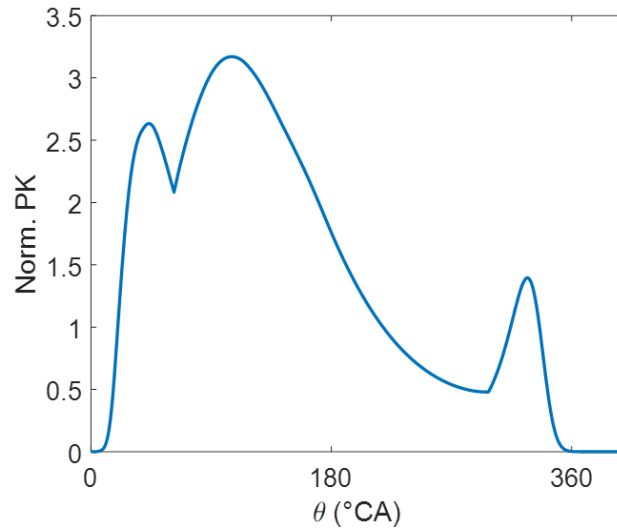


Figure 7. Evolution du terme de production P_K pour le calage

Le calage du modèle étant effectué, nous pouvons maintenant faire varier l'instant de fermeture des soupapes d'admission RFA et observer l'effet sur le niveau de turbulence. La Figure 8 présente la vitesse turbulente u' et la levée normalisée des soupapes d'admission pour chaque moteur étudié.

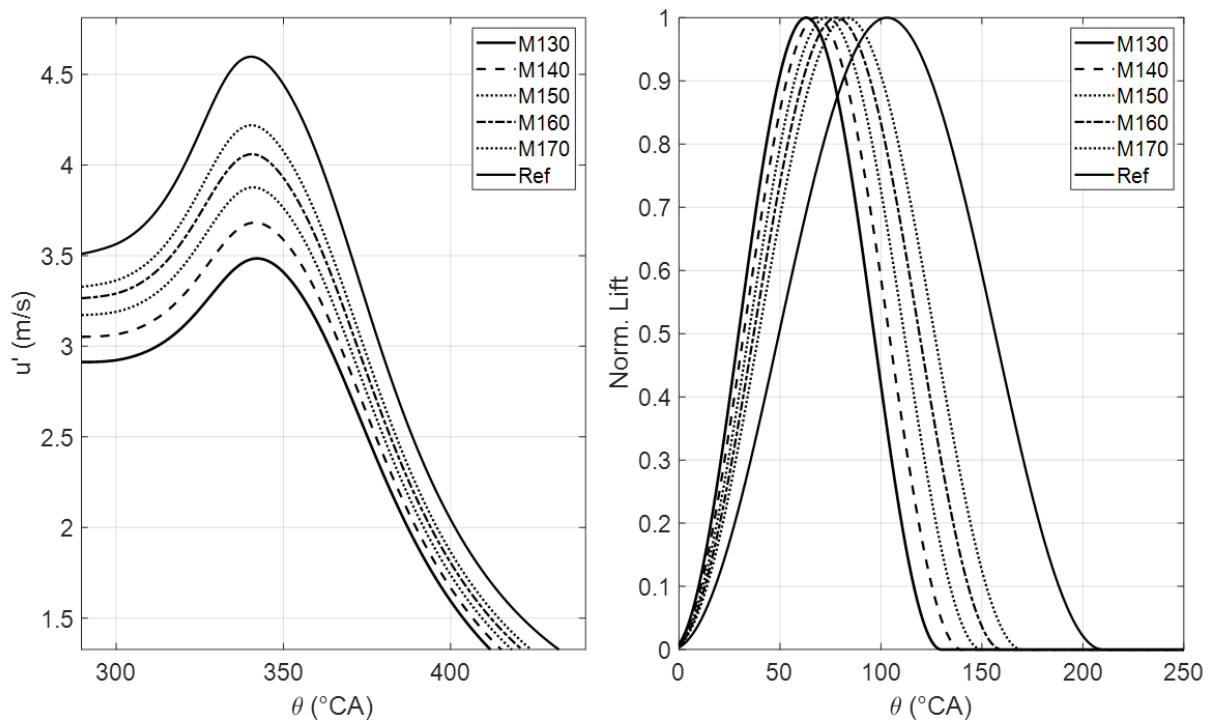


Figure 8. Effet d'une variation de l'instant de fermeture des soupapes d'admission sur la turbulence

3. Bénéfices apportés par le cycle de Miller

3.1. Efficacité en fonction de la durée de combustion

Pour compléter la compréhension de la méthodologie suivie, il est intéressant de regarder l'impact des paramètres de la loi de Wiebe. L'instant d'allumage θ_{ign} est un paramètre de la loi de Wiebe. L'optimum de ce paramètre sera recherché en prenant une durée de combustion à 40°CA. Les paramètres $a = 5$ et $m = 2$ sont généralement appliqués à la loi de combustion pour représenter la combustion de l'essence [25], [26]. Il a été choisi de conserver $a = 5$ pour comparer des moteurs ayant la même efficacité de combustion. Le facteur de forme $m = 2$ est utilisé et l'impact d'une variation autour de cette valeur sera étudié.

La partie de gauche de la Figure 9 présente l'efficacité des différents moteurs lorsque $m = 2$. Nous pouvons observer que plus le taux de millérisation est important, plus l'efficacité est élevée et que ces courbes présentent un maximum pour $\theta_{ign} = 350^{\circ}CA$. La partie de droite présente l'efficacité pour des facteurs de forme allant de 0,5 à 5 pour chaque moteur. Plus la valeur de m est faible, plus l'efficacité est basse. Plus θ_{ign} s'éloigne de la valeur 355°CA, plus nous pouvons observer une dispersion des valeurs d'efficacité. Par exemple, pour $\theta_{ign} = 335^{\circ}CA$ l'efficacité varie de 32,11% à 44,27% ce qui donne un écart de 12,17%, pour $\theta_{ign} = 355^{\circ}CA$ celle-ci varie de 39,78% à 42,94% donnant un écart de 3,16%. Il conviendra alors de prendre une valeur proche de 355°CA pour éviter d'avoir de trop fortes variations de comportement..

Dans la suite de cette étude l'instant d'allumage est fixé à 350°CA en conservant $m = 2$ constant.

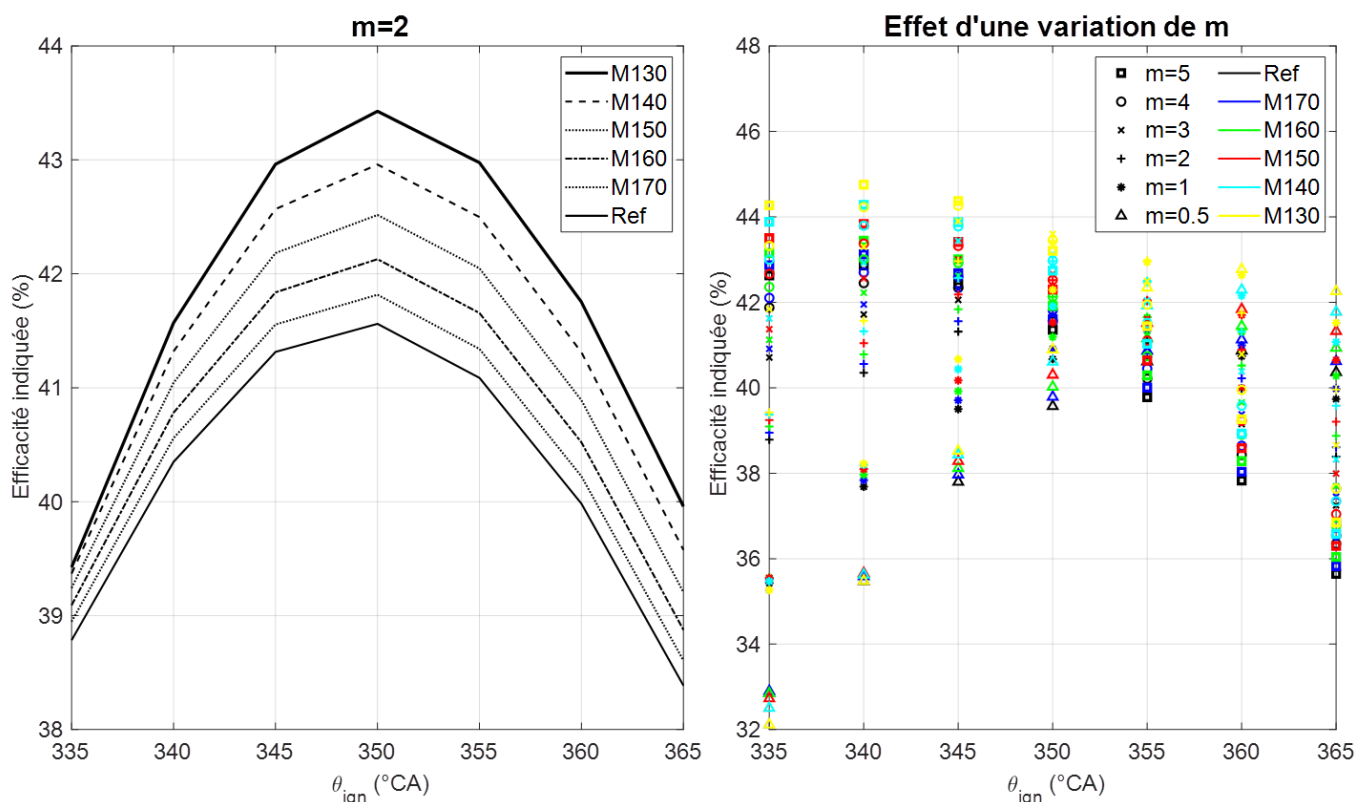


Figure 9. Effet d'une variation de θ_{ign} sur l'efficacité indiquée

La Figure 10 présente l'effet d'une variation de la durée de combustion $\Delta\theta_{comb}$ sur l'efficacité thermique. Ce paramètre est important car il dépend de l'aérodynamique interne.

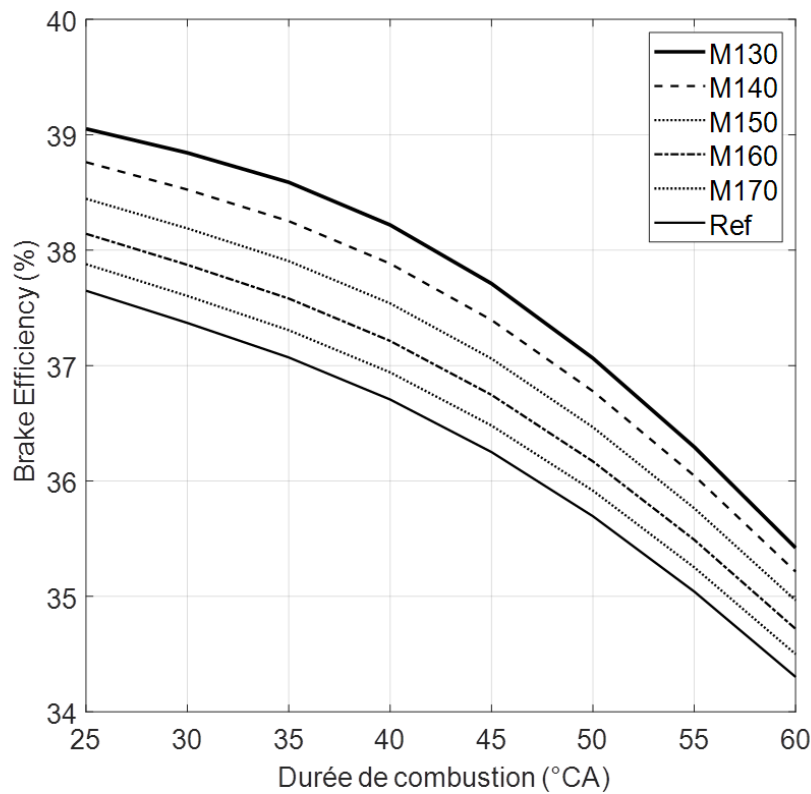


Figure 10. Effet d'une variation de $\Delta\theta_{comb}$ sur l'efficacité

Nous pouvons observer que plus le taux de millérisation est important, plus l'efficacité est élevée, à durée de combustion constante. Une durée de combustion plus courte permet également d'obtenir une meilleure efficacité, par exemple pour M130, une augmentant d'environ 3 points de rendement peut s'obtenir en réduisant la durée de combustion de 60°CA à 40°CA. Cette augmentation correspond à un gain de 7% de rendement.

Cette figure permet aussi de se rendre compte de l'importance de travailler sur l'aérodynamique interne. La limite du cycle de Miller est que l'avance de fermeture des soupapes dégrade le niveau de turbulence avant combustion ce qui a tendance à augmenter la durée de combustion. Par exemple, si le moteur de référence, ayant une durée de combustion de 40°CA, est millérisé en adoptant un $RFA = 130^\circ CA$ il ne faudra pas augmenter la durée de combustion de plus de 12,5°CA sinon les gains apportés par le cycle de Miller seront annulés.

3.2. Lien entre durée de combustion et turbulence

Afin d'estimer la durée de combustion pour un certain niveau de turbulence la loi suivante est utilisée [33] :

$$\frac{S_T}{S_L} = 1 + \left(\frac{l_t S_L}{\delta_l u'} \right)^{0,25} \frac{u'}{S_L} \quad (11)$$

Elle relie vitesse de flamme turbulente S_T , vitesse de flamme laminaire S_L et vitesse turbulente u' en dépendant également de l'échelle de longueur turbulente l_t et de l'épaisseur de flamme δ_l .

Comme le remarque Bozza [31] après observation de résultats de calculs 3D, l'échelle de longueur turbulente ne change quasiment pas lors de la variation de point de fonctionnement d'un moteur. Nous prendrons donc la valeur issue du calcul 3D utilisé pour le calage de la turbulence, où l_t est de l'ordre de 0,5mm. La vitesse de flamme laminaire S_L se calcule en fonction de la température des gaz frais et de la pression d'après la formule classique utilisée par les motoriste [24]–[26] :

$$S_L = S_{L0} \left(\frac{T_u}{T_0} \right)^\alpha \left(\frac{P}{P_0} \right)^\beta \quad (12)$$

Où $S_{L0} = B_m + B_\phi(\phi - \phi_m)$; $\alpha = 2,18 - 0,8(\phi - 1)$; $\beta = -0,16 + 0,22(\phi - 1)$ avec $\phi_m = 1,21$; $B_m = 30,5 \text{ cm.s}^{-1}$; $B_\phi = -54,9 \text{ cm.s}^{-1}$. Les variations de la température des gaz frais et de la pression diffèrent en fonction de la durée de combustion, la vitesse S_L sera donc calculée pour différentes durées de combustion.

L'épaisseur de flamme δ_l est estimée avec la corrélation de Blintz [33] pour laquelle la conductivité thermique λ_u est calculée en considérant un nombre de Prandtl constant et en utilisant une loi de Sutherland [34] pour la viscosité dynamique μ :

$$\delta_l = 2 \frac{\lambda_u}{\rho_u C_{p,u} S_L} \left(\frac{T_b}{T_u} \right)^{0,7} \quad (13)$$

Où $P_r = \frac{\mu C_{p,u}}{\lambda} = 0,707$; $\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}$ avec $\mu_0 = 1,71.10^{-5} \text{ kg/(m.s)}$, $T_0 = 273 \text{ K}$ et $S_{air} = 110,4 \text{ K}$. De même que pour la vitesse de flamme laminaire, l'épaisseur de flamme sera calculée pour différentes durées de combustion.

Avant que la flamme n'atteigne une certaine échelle, elle n'est pas affectée par la turbulence. De même, à la fin de la combustion, la flamme est majoritairement affectée par le mouvement du piston et les effets de quenching aux parois. C'est pourquoi le choix a été fait d'utiliser la loi précédente sur une période allant de 10% de la masse d'air frais initiale brûlée à 90% de cette masse brûlée. La vitesse turbulence de flamme s'estime alors en faisant le rapport de la distance parcourue par la flamme durant cette période sur le temps qu'il lui a fallu. La distance parcourue est calculée en utilisant le rayon de flamme. Ce rayon peut être estimé rapidement pour toute chambre de combustion plate en connaissant le volume de gaz brûlés, plus d'informations concernant son calcul sont disponibles en annexe.

Les grandeurs S_T , S_L et δ_l peuvent ainsi être calculées pour différentes durées de combustion. La vitesse turbulente u' peut donc être déterminée pour différentes durées de combustion, en utilisant la loi précédente (11). Une tabulation entre durée de combustion et vitesse turbulente peut ensuite être générée. Il sera enfin possible de connaître la valeur de la durée de combustion associé à une certaine vitesse turbulente u' en allant chercher dans la table, voir Figure 11.

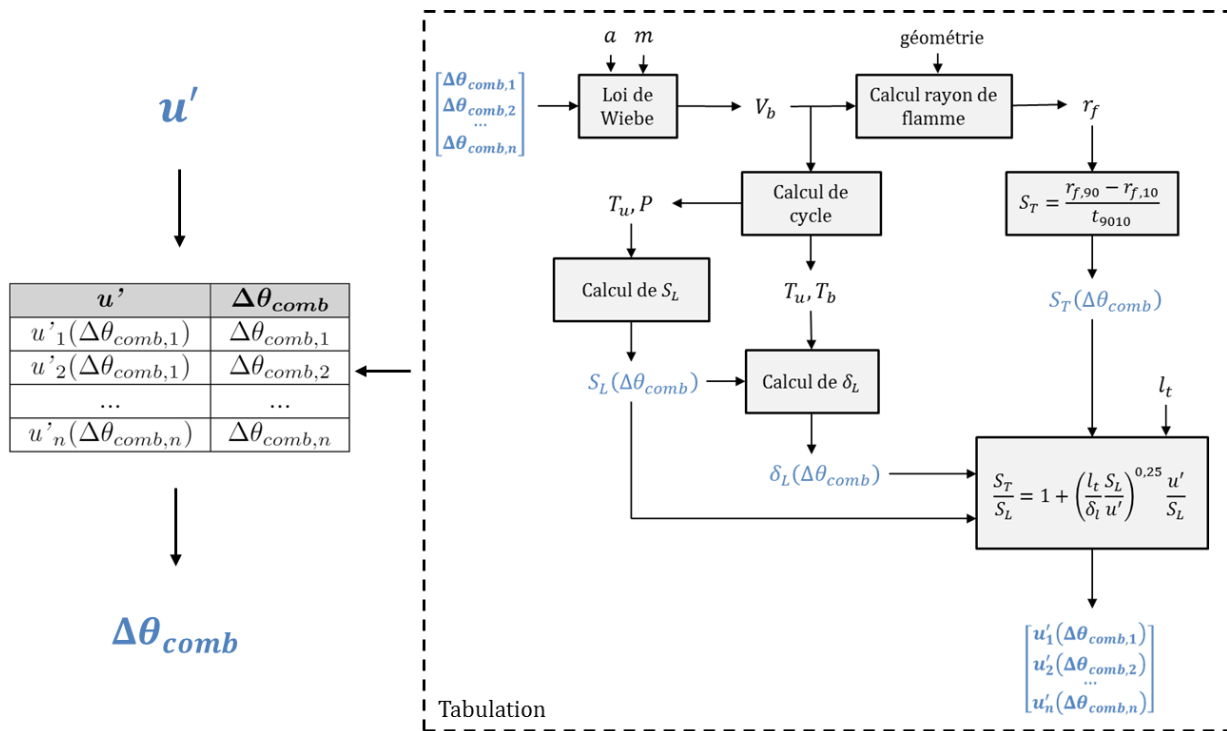


Figure 11. Lien entre durée de combustion et turbulence

La Figure 12 présente l'évolution du rayon de flamme. Les calculs sont effectués pour différentes durées de combustion pour tous les moteurs étudiés. La partie de gauche de la figure présente l'évolution du rayon de flamme normalisé par le rayon du cylindre r_c en fonction de l'angle vilebrequin. La partie de droite présente l'évolution de la même grandeur en fonction de la fraction de gaz brûlés (MFB). En prenant la moyenne à 10, 50 et 90% de masse brûlée (CA10, CA50 et CA90) le rayon vaut, respectivement, $0.483r_c$, $0.865r_c$ et $0.999r_c$.

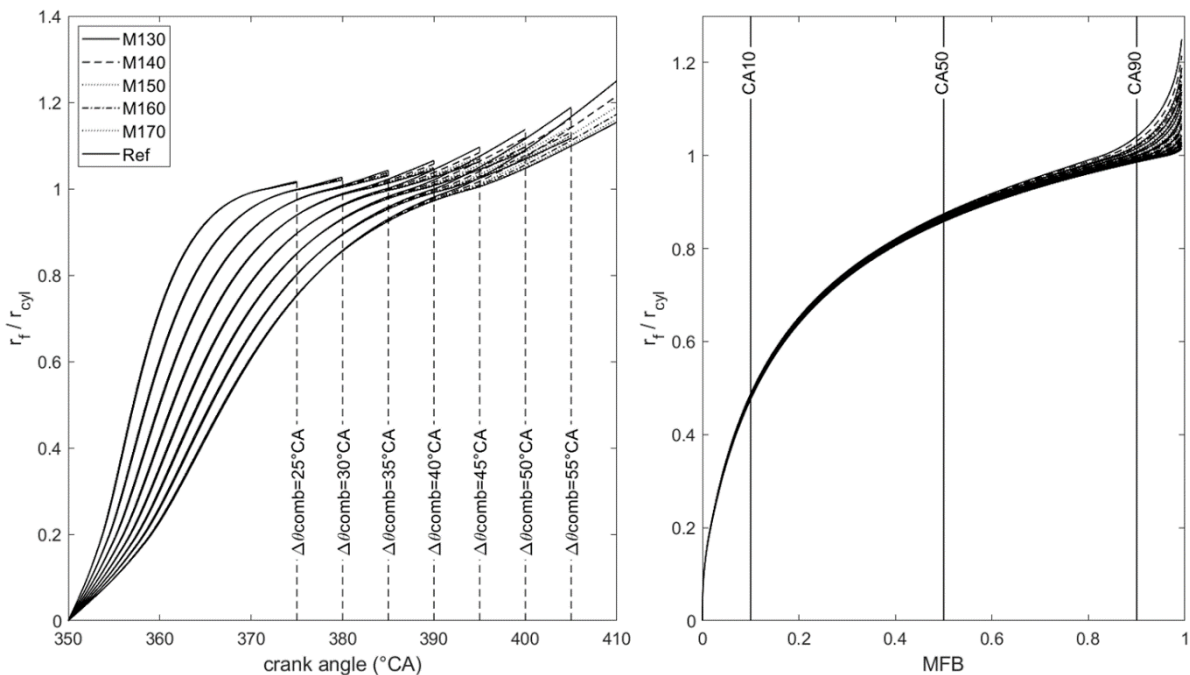


Figure 12. Evolution du rayon de flamme normalisé pour plusieurs durées de combustion en fonction de l'angle vilebrequin (gauche) et de la fraction de gaz brûlés (droite)

La Table 2 donne la durée de combustion obtenue pour chaque moteur, à partir du niveau de turbulence estimé en partie 2.3.2. Celle-ci vaut $25,5^{\circ}\text{CA}$ pour le moteur de référence. La durée augmente pour les moteurs les plus millérisés qui ont des vitesses turbulentes plus faibles. L'augmentation atteint $6,9^{\circ}\text{CA}$ pour le moteur M130.

Moteur	$\Delta\theta_{comb}$ ($^{\circ}\text{CA}$)	Augmentation $\Delta\theta_{comb}$ ($^{\circ}\text{CA}$)
Ref	25,5	0
M170	27,7	2,2
M160	28,5	3,0
M150	29,4	3,9
M140	30,6	5,1
M130	32,4	6,9

Table 2. *Durée de combustion pour chaque moteur*

3.3. Gains obtenus par millérisation

L'efficacité de chaque moteur peut maintenant être calculée. Reportons les valeurs de durées de combustion sur la Figure 10 et regardons l'évolution de l'efficacité du moteur de référence en fonction de son degré de millérisation. La Figure 13 présente ce résultat. Bien que la perte de turbulence, lors de la fermeture prématurée des soupapes d'admission des moteurs Miller, entraîne une augmentation de la durée de combustion, nous pouvons observer que l'efficacité augmente avec le degré de millérisation.

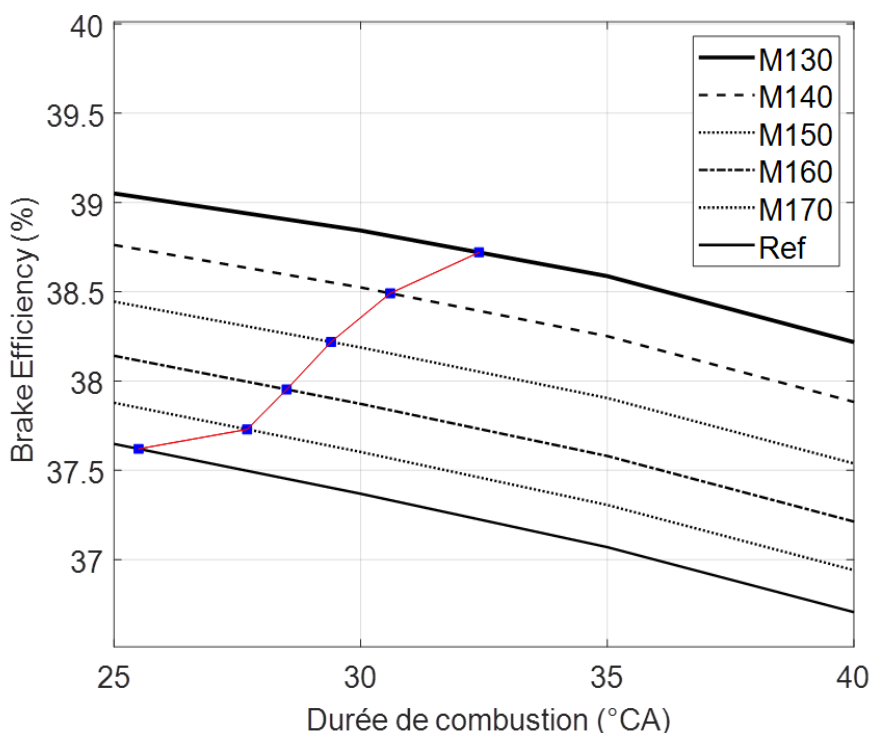


Figure 13. *Evolution de l'efficacité du moteur de référence lors de sa millérisation*

La Figure 14 présente les gains d'efficacité en points de rendement et en pourcents obtenus par millérisation. Les bénéfices atteignent plus de 1 point d'efficacité équivalent à environ 3%.

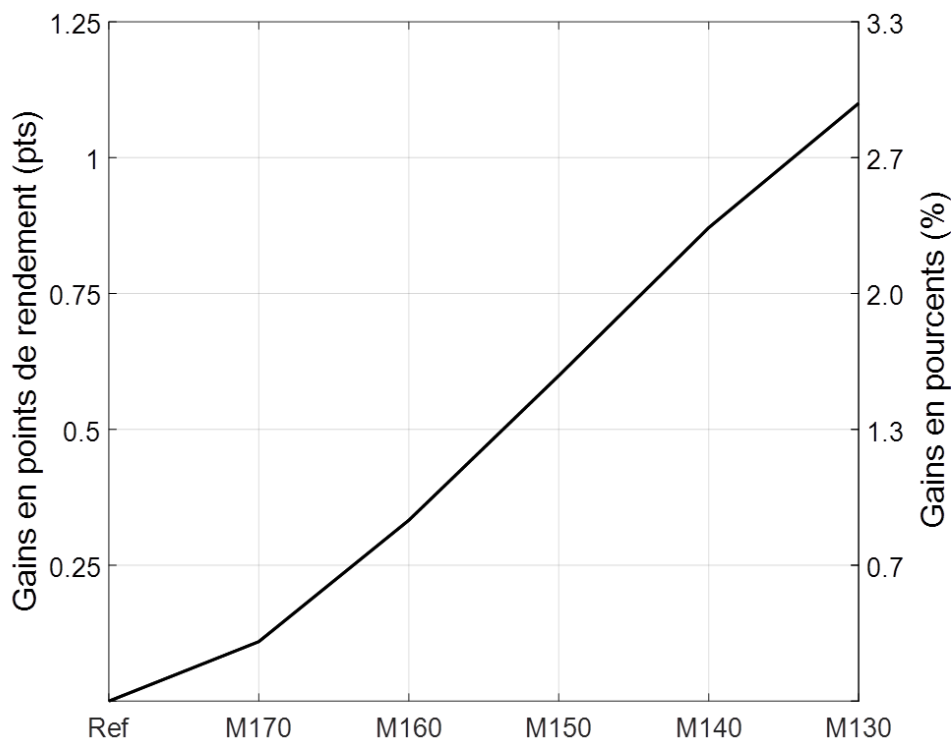


Figure 14. Gains d'efficacité obtenus par millérisation du moteur de référence

4. Conclusion

Appliquer le cycle de Miller à un moteur à cycle de Beau de Rochas, dans une démarche de « rightsizing », permet de gagner en efficacité. La durée d'admission étant réduite, l'aérodynamique de référence s'en retrouve perturbée, entraînant une modification du niveau de turbulence en fin de compression. L'effet de la turbulence sur la durée de combustion a été étudié et montre que le moteur Miller, bien qu'ayant une durée de combustion légèrement plus longue, est plus efficace que le moteur de référence. L'effet d'une course allongée sur les pertes thermiques et les pertes par frottement a également été pris en compte.

L'étude a été menée à iso-conduits d'admission. Aucun aménagement n'a été effectué pour améliorer leurs performances aérodynamiques. Nous pourrions, par la suite, imaginer utiliser des conduits dont la géométrie a été optimisée ou mettre en place des systèmes de contrôle actif de l'aérodynamique, tels que des volets de tubulure (flap) ou l'introduit de jets turbulents (TJI).

Les calculs proposés reposent sur des sous modèles connus, validés et qui ont démontré leur efficacité. Le modèle de turbulence prend comme entrée la physique du conduit d'admission en utilisant le coefficient C_T image du couple généré par l'écoulement tumble pour chaque levée de soupape. La modélisation de la production de turbulence au cours du cycle, due à la dégradation des mouvements de grande échelle, provient d'une réduction des équations de modèles 3D, ces modèles étant utilisés dans les logiciels CFD adaptés à l'étude de moteur à combustion interne. La turbulence est également calée sur des résultats numériques issus de calculs 3D pour conforter les hypothèses choisies. Cette démarche permet de chiffrer l'écart entre les rendements de deux configurations moteur avec une bonne précision.

Pour le moteur de référence étudié dans cet article, les gains peuvent dépasser le point de rendement, correspondant à une augmentation d'environ 3% de l'efficacité. Ce bénéfice dépend de l'instant de

fermeture des soupapes, plus les soupapes sont fermées tôt, plus le gain est important. La millérisation d'un moteur permet ainsi d'obtenir des gains de consommation non négligeables et présente un réel intérêt pour les constructeurs automobiles.

Bibliographie

- [1] IEA, « CO2 Emissions from Fuel Combustion 2018 », 2018.
- [2] PFA, « Contribution des véhicules légers et lourds à la réduction de la demande énergétique et des émissions de CO2 à horizon 2035 dans le monde », 2018.
- [3] M. Vogler, A. Königstein, et N. Fuhrmann, « Combustion Engines for Electrified Powertrains », MTZ worldwide, 2019.
- [4] M. Ziegler, « Making Progress with Electrification », MTZ worldwide, 2019.
- [5] R. Backhaus, « The Gasoline Engine Spark Ignition Remains », MTZ worldwide, 2019.
- [6] S. Zhu et al., « A review of water injection applied on the internal combustion engine », Energy Conversion and Management, vol. 184, p. 139-158, mars 2019.
- [7] M. Ziegler, « There is no alternative to this strategy », MTZ Worldw, vol. 80, no 7, p. 54-57, juill. 2019.
- [8] I. Hirose et M. Hitomi, « Mazdas way to more efficient ICE », MTZ worldwide, 2016.
- [9] J. Atkinson, « Differential Engine », US336505A, févr. 16, 1886.
- [10] J. Atkinson, « Cycle Engine », US367496A, août 02, 1887.
- [11] E. L. Marshall, « The Quest for Thermodynamic Efficiency: Atkinson Cycle Machines Versus Otto Cycle Machines », The International Journal for the History of Engineering & Technology, vol. 79, no 1, p. 6-33, janv. 2009.
- [12] O. Dumböck, E. Schutting, H. Eichlseder, et W. Hübner, « Increasing the Efficiency of the Internal Combustion Engine through Extended Expansion », MTZ Worldw, vol. 79, no 12, p. 74-79, déc. 2018.
- [13] « Honda Global | Exlink - Picture Book ».
<https://global.honda/innovation/technology/power/Exlink-picturebook.html>.
- [14] S. Watanabe, H. Koga, et S. Kono, « Research on Extended Expansion General-Purpose Engine Theoretical Analysis of Multiple Linkage System and Improvement of Thermal Efficiency », SAE Transactions, vol. 115, p. 1124-1131, 2006.
- [15] Y. Yamada, « Engine of compression-ratio variable type », US6820577B2, nov. 23, 2004.
- [16] R. Miller, « High-pressure supercharging system », US2670595A, mars 02, 1954.
- [17] R. Miller, « High expansion, spark ignited, gas burning, internal combustion engines », US2773490A, déc. 11, 1956.
- [18] R. Miller, « Supercharged engine », US2817322A, déc. 24, 1957.
- [19] T. Johnen, « “Rightsizing” A Strategic Customer Interest », MTZ Worldw, vol. 77, no 6, p. 90-90, juin 2016.
- [20] J. Sporleder, M. Alt, et T. Johnen, « The Efficient Gasoline Engines in the New Opel Astra K », MTZ Worldw, vol. 77, no 2, p. 28-33, févr. 2016.
- [21] W. Demmelbauer-Ebner, K. Persigehl, M. Gorke, et E. Werstat, « The New 1.5-l Four-cylinder TSI Engine from Volkswagen », MTZ Worldw, vol. 78, no 2, p. 16-23, févr. 2017.
- [22] R. Budack, R. Wurms, G. Mendl, et T. Heiduk, « The New Audi 2.0-l I4 TFSI Engine », MTZ Worldw, vol. 77, no 5, p. 16-23, mai 2016.
- [23] S. Kallich, H. Graf, K. V. Schaller, et S. Ritter, « The New BMW Motorrad Boxer Engine with ShiftCam Technology », MTZ worldwide, vol. 80, no 4, p. 32-39, avr. 2019.
- [24] P. GUIBERT, « Modélisation du cycle moteur Moteurs à allumage commandé », Techniques de l'ingénieur Combustion dans les moteurs thermiques et environnement, vol. base documentaire : TIB166DUO., no ref. article : bm2511, 2005.
- [25] C. R. Ferguson et A. T. Kirkpatrick, Internal Combustion Engines: Applied Thermosciences. John

Wiley & Sons, 2015.

[26] J. Heywood, *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill Education, 1988.

[27] N. Fogla, M. Bybee, M. Mirzaeian, F. Mollo, et S. Wahiduzzaman, « Development of a K-k- ϵ Phenomenological Model to Predict In-Cylinder Turbulence », *SAE International Journal of Engines*, vol. 10, no 2, p. 562-575, 2017.

[28] Y. Kim, M. Kim, S. Oh, W. Shin, S. Cho, et H. H. Song, « A New Physics-Based Modeling Approach for a 0D Turbulence Model to Reflect the Intake Port and Chamber Geometries and the Corresponding Flow Structures in High-Tumble Spark-Ignition Engines », *Energies*, vol. 12, no 10, 2019.

[29] F. Bozza, L. Teodosio, V. D. Bellis, S. Fontanesi, et A. Iorio, « A Refined 0D Turbulence Model to Predict Tumble and Turbulence in SI Engines », *SAE Int. J. Engines*, vol. 12, no 1, Art. no 03-12-01-0002, nov. 2018.

[30] « Flow Test Bench for Reserach & Development - AVL Tippelmann GmbH – Global leading manufacturer of High Quality Flow Test Benches ». <https://www.avl-tippelmann.com/research-development.html>

[31] F. Bozza, V. D. Bellis, F. Berni, A. D'Adamo, et L. Maresca, « Refinement of a 0D Turbulence Model to Predict Tumble and Turbulent Intensity in SI Engines. Part I: 3D Analyses », *SAE International*, Warrendale, PA, SAE Technical Paper 2018-01-0850, avr. 2018.

[32] V. De Bellis, F. Bozza, S. Fontanesi, E. Severi, et F. Berni, « Development of a Phenomenological Turbulence Model through a Hierarchical 1D/3D Approach Applied to a VVA Turbocharged Engine », *SAE International Journal of Engines*, vol. 9, no 1, p. 506-519, 2016.

[33] S. Bougrine, « Modélisation 0D de la combustion des carburants alternatifs dans les moteurs à allumage commandé », thesis, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, 2012.

[34] F. M. White, *Fluid Mechanics*. McGraw Hill, 2011.

[35] V. Yakhot et S. A. Orszag, « Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory », *J Sci Comput*, vol. 1, no 1, p. 3-51, mars 1986, doi: 10.1007/BF01061452.

[36] B. Andersson, R. Andersson, L. Håkansson, M. Mortensen, R. Sudiyo, et B. van Wachem, *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Cambridge University Press, 2011.

Acronymes

MCI	Moteur à combustion interne
CA	crank angle
EIVC	Exhaust, Inlet valves closing
AOA	Avance ouverture admission
RFA	Retard fermeture admission
AOE	Avance ouverture échappement
RFE	Retard fermeture échappement
Fmep	Friction mean effective power
MKE	Energie cinétique de l'écoulement moyen non tumble
TKE	Energie cinétique turbulente

Annexe 1 : Nomenclature du modèle de turbulence

Grandeurs principales

Grandeur	Nom	Unité
K	Energie cinétique moyenne non tumble (MKE)	$m^2 \cdot s^{-2}$
k	Energie cinétique turbulente (TKE)	$m^2 \cdot s^{-2}$
ε	Taux de dissipation	$m^2 \cdot s^{-3}$
L	Moment cinétique	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
\dot{E}_{in}	Puissance non tumble entrante	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
\dot{L}_{in}	Puissance de moment cinétique entrante	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
P_K	Terme de production énergie cinétique moyenne	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
P_k	Terme de production énergie cinétique turbulente	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
P_ε	Terme de production taux de dissipation	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-4}$
\dot{k}_ψ	Production d'énergie cinétique tumble	$m^2 \cdot s^{-3}$
\dot{L}_ψ	Perte de moment cinétique tumble	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
\dot{m}_{in}	Débit entrant	$kg \cdot s^{-1}$
\dot{m}_{out}	Débit sortant	$kg \cdot s^{-1}$
v_{in}	Vitesse isentropique entrante	$m \cdot s^{-1}$
L_g	Longueur caractéristique	m
r_t	Rayon tumble	m
ν_t	Viscosité cinématique turbulente	$m^2 \cdot s^{-1}$

Paramètres sans dimensions

Grandeurs	Localisation	Valeur
C_μ	Constante viscosité turbulente	0,085
η	Equation ε	Calculé
η_0	Equation ε	4,38
β	Equation ε	0,012
$C_{\varepsilon 2}$	Equation ε	1,68
$C_{\varepsilon 1}$	Terme de production P_ε	1,42
$C_{\varepsilon 4}$	Terme de production P_ε	-0,387
C_T	Coefficient de tumble	Mesuré

Constante	Sens physique
C_{in}	Perte d'énergie entrante
C_a	Partage du débit non tumble entre TKE et MKE
C_b	Image du temps de transfert d'énergie des structures moyennes aux turbulentes
C_{len}	Constante de la longueur caractéristique
C_{tumb}	Image de l'intensité de la création de TKE par effondrement du tumble

Annexe 2 : Réduction des équations – Termes de production

Les calculs 3D effectués lors de l'étude des mouvements aérodynamiques internes aux moteurs thermique suivent la plupart du temps une approche RANS. Le modèle $k - \varepsilon$ RNG [35] est souvent préféré au modèle $k - \varepsilon$ standard. Celui-ci est plus sensible lorsque les lignes de champs sont courbées et soumises à de rapide changement de contrainte, telle qu'une rapide compression ou détente, ce qui s'applique au mouvement de tumble en comparaison avec les modélisations d'injection par exemple. Les équations s'écrivent [31], [36] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j k - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) &= \mu_t \left(2S_{ij}S_{ij} - \frac{g_i}{\sigma_{h,t}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) - \rho \varepsilon - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j \varepsilon - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(2\mu_t S_{ij}S_{ij} - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) - C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \frac{g_i}{\sigma_{h,t}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 4} \rho \varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ &\quad - \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned}$$

Où :

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad \nu_t = \mu_t / \rho; \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}; \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Les hypothèses suivantes sont proposées pour réduire ces équations et les adapter à une étude 0D :

- $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \approx -\frac{\dot{\rho}}{\rho}$
Cette approximation vient de la conservation de la masse décrite par l'équation de continuité en supposant que la masse volumique est la même dans tout l'espace en suivant le principe de valeurs moyennes utilisées en modélisation 0D :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \Rightarrow \dot{\rho} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \approx 0$$

- $P = 2m\nu_t(S_{ij}S_{ij})$
 P est un terme de production de turbulence dû à la déformation des structures de grandes échelles.
- L'effet de la gravité est négligé $g_i \approx 0$, de même pour les termes du second ordre $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \approx 0$

D'où les équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\rho}{m} P - \rho \varepsilon + \frac{2}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho} \left(-\rho v_t \frac{\dot{\rho}}{\rho} + \rho k \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\rho}{m} P - \frac{2}{3} \rho v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 + \frac{2}{3} \rho k \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{\varepsilon 4} \rho \varepsilon \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{C_{\mu} \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

La modélisation 0D suppose des grandeurs moyennes X dans l'espace, elles ne dépendent donc que du temps :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho X) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j X) &= \frac{d}{dt}(\rho X) + \rho X \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j) = X \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dX}{dt} + \rho X \left(-\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\rho X) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j X) &= \rho \frac{dX}{dt} \end{aligned}$$

Avec l'observation précédente et en multipliant les équations par m/ρ il vient :

$$\begin{aligned} m \frac{dk}{dt} &= P - m\varepsilon + \frac{2}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho} \left(-m v_t \frac{\dot{\rho}}{\rho} + m k \right) \\ m \frac{d\varepsilon}{dt} &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(P - \frac{2}{3} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 + \frac{2}{3} m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) - C_{\varepsilon 2} m \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{\varepsilon 4} m \varepsilon \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{C_{\mu} \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right) m \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 k} \end{aligned}$$

Par dérivation :

$$m \frac{dX}{dt} = \frac{d(mX)}{dt} - X \frac{dm}{dt}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{dmk}{dt} &= \frac{dm}{dt} k + \frac{2}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho} \left(-m v_t \frac{\dot{\rho}}{\rho} + m k \right) + P - m\varepsilon \\ \frac{dm\varepsilon}{dt} &= \frac{dm}{dt} \varepsilon + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(P - \frac{2}{3} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 + \frac{2}{3} m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) - C_{\varepsilon 2} m \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{\varepsilon 4} m \varepsilon \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{C_{\mu} \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right) m \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 k} \end{aligned}$$

Les équations de k et ε du modèle 0D de Bozza sont alors retrouvées et peuvent être réécrites en introduisant des termes de production :

$$\begin{aligned} \frac{dmk}{dt} &= \frac{dm}{dt} k + P_k - m\varepsilon \\ \frac{dm\varepsilon}{dt} &= \frac{dm}{dt} \varepsilon + P_{\varepsilon} - \left(C_{\varepsilon 2} + \frac{C_{\mu} \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \right) \frac{m \varepsilon^2}{k} \end{aligned}$$

Où :

$$\begin{aligned} P_k &= \frac{2}{3} m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{2}{3} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 + P \\ P_{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon}{k} \left[C_{\varepsilon 1} P + \left(\frac{2}{3} C_{\varepsilon 1} - C_{\varepsilon 4} \right) m k \frac{\dot{\rho}}{\rho} - \frac{2}{3} C_{\varepsilon 1} m v_t \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Annexe 3 : Calcul du rayon de flamme

Lors de la combustion, les gaz frais se transforment en gaz brûlés qui forment un volume V_b . Ce volume est supposé semi-sphérique mais contraint par les parois du cylindre. L'allumage a lieu au centre du cylindre et au niveau du toit de la chambre de combustion. La géométrie contenant les gaz frais et brûlés est supposée cylindrique.

Lors de son avance, le front de flamme, va rencontrer les frontières du domaine. Il peut entrer en contact avec le piston et la chemise. Deux évolutions sont possibles et représentés sur la Figure 15. Le premier cas représente le début de la combustion, lorsque le volume des gaz brûlés est semi sphérique et non contraint par les parois. Celui-ci peut ensuite soit entrer en contact avec le piston (cas 2), soit entrer en contact avec la chemise (cas 3). La fin de la combustion se fait lorsque le volume est en contact avec le piston et la chemise (cas 4).

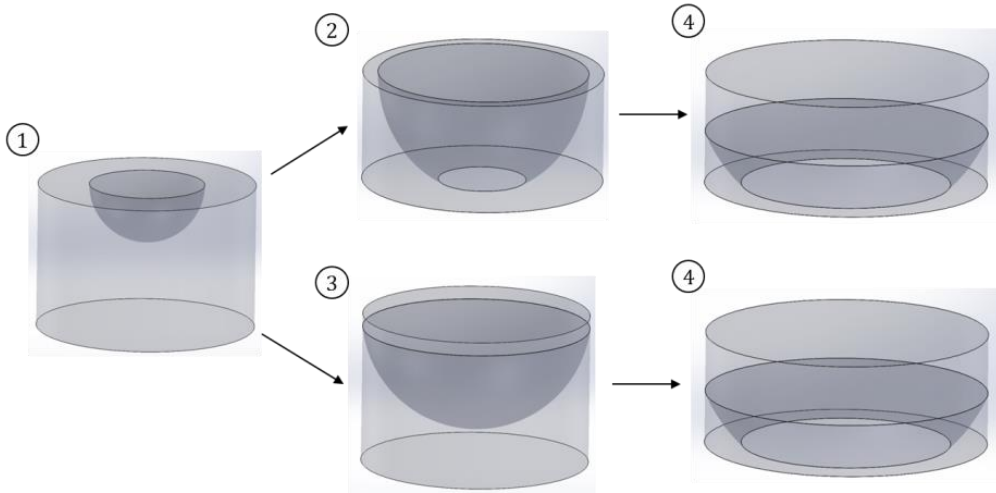


Figure 15. Avance du front de flamme

Une expression analytique peut être déterminée pour chacun des cas :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{b,1} = \frac{2}{3} \pi r_f^3 \\ V_{b,2} = \frac{\pi(r_f^2 - h^2)h}{3} + \frac{2}{3} \pi r_f^2 h \\ V_{b,3} = \frac{2}{3} \pi r_c^2 h_f + \frac{2}{3} \pi r_f^3 \left(1 - \frac{h_f}{r_f} \right) \\ V_{b,4} = \frac{2}{3} \pi r_c^2 h_f + \frac{\pi(r_f^2 - h^2)h}{3} + \frac{2}{3} \pi r_f^2 (h - h_f) \end{array} \right.$$

Où $V_{b,i}$ correspond au volume des gaz brûlés du cas i et est donné par la loi de Wiebe, r_f est le rayon de flamme, h est la distance entre le toit et le piston, $h_f = \sqrt{r_f^2 - r_c^2}$ et r_c est le rayon du cylindre.