

# Modélisation semi-analytique et numérique de la conduction thermique au sein d'un transistor MOSFET

## A semi-analytical and numerical model of thermal conduction of a transistor using the thermal quadrupoles method

Ali El Arabi<sup>1</sup>, Nicolas Blet<sup>1</sup>, Benjamin Rémy<sup>1</sup>, Denis Maillet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F-54000, Nancy, France., ali.el-arabi@univ-lorraine.fr

**RÉSUMÉ.** Un modèle thermique semi-analytique d'un transistor MOSFET en régime instationnaire est présenté. Il permet le calcul de la température de la face supérieure du composant à partir de celle sur la face inférieure et du flux de chaleur sur la face supérieure. La méthode des quadripôles thermiques est employée et une conversion de spectre est utilisée pour gérer les interfaces entre les différentes couches du composant. Pour une géométrie bidimensionnelle, la comparaison des résultats du modèle semi-analytique à des résultats numériques (sous COMSOL Multiphysics) montre un écart maximal inférieur à 0.1 K pour une dynamique de 45 K en 80 secondes et permet une inter-validation des modèles.

**ABSTRACT.** A semi-analytical thermal model of a MOSFET in unsteady regime is presented. It allows the calculation of the temperature of the top surface of the device from the temperature on the bottom surface and the heat flux on the top surface. The thermal quadrupole method coupled to a spectrum conversion is used to manage the interfaces between the different layers of the device. For a two-dimensional geometry, the comparison of the results of the semi-analytical model with numerical results (under COMSOL Multiphysics) shows a maximum deviation lower than 0.1 K for a 45 K temperature variation and allows an inter-validation of the models.

**MOTS-CLÉS.** Conduction, température de jonction, quadripôles thermiques, MOSFET.

**KEYWORDS.** Heat conduction, Junction temperature, thermal quadrupoles, MOSFET.

## 1. Introduction

Les transistors à effet de champ, comme le MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) à base du carbure de silicium (SiC), se caractérisent par une efficacité supérieure à celle des IGBTs (Insulated Gate Bipolar Transistor – technologie Si). Ils possèdent également une fréquence de commutation assez élevée. Toutefois, leur comportement électrique dépend fortement des conditions thermiques. La température sur la face supérieure du composant, correspondant à la température de jonction, est ainsi un paramètre très important à prendre en considération dans les stratégies de commande du composant. La difficulté réside dans le fait que cette température n'est pas directement mesurable pour plusieurs raisons technologiques et techniques. D'une part, la mesure par thermographie infrarouge n'est pas possible du fait de la présence d'un gel recouvrant les composants qui assure une sécurité diélectrique, mais qui est opaque dans le domaine infrarouge. D'autre part, la mesure intrusive par thermocouple ou par capteur thermosensible diminue la performance de l'électronique de puissance, car elle nécessite la mise en contact de l'élément de mesure avec le composant, ce qui est difficile au vu de l'environnement électromagnétique très perturbé. D'autres chercheurs ont élaboré une corrélation de la température de jonction en fonction des paramètres électriques intrinsèques du transistor [1].

Dans le cadre du présent travail, un modèle-semi-analytique basé sur la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire dans le composant est développé. Il se base sur la méthode des quadripôles thermiques, reliant les harmoniques de la transformée de Laplace du flux de chaleur et de la température entre deux faces d'une même couche. Le composant étant constitué d'un

empilement de couches de largeurs différentes, une conversion de spectre est en outre utilisée pour relier les spectres d'une couche à l'autre. Pour une géométrie bidimensionnelle, le modèle semi-analytique permet par exemple d'avoir accès à la température sur la face supérieure en fonction de la température sur la face inférieure et du flux de chaleur sur la face supérieure. Ces deux entrées du modèle ont été choisis pour correspondre aux futures mesures expérimentales : mesures par thermocouples pour la face inférieure et dissipation électrique aux niveaux des puces sur la face supérieure. Les résultats du modèle semi-analytique sont comparés à ceux d'un modèle numérique développé sous COMSOL Multiphysics en régime permanent et en transitoire.

## 2. Quadripôles thermiques et conversion de spectre

### 2.1. Méthode des quadripôles thermiques

Les quadripôles thermiques permettent de représenter la résolution de l'équation de la chaleur dans un milieu homogène par transformées intégrales. Pour une géométrie tridimensionnelle en régime instationnaire, la méthode se base sur une transformée de Laplace en temps et une double transformée de Fourier en espace de l'équation de la chaleur. Dans le cadre du présent travail, elle est appliquée à une géométrie bidimensionnelle. Dans ce cas, pour un milieu homogène de largeur  $L$  (suivant l'abscisse  $x$ ) et d'épaisseur  $e$  (suivant la hauteur  $y$ ), sans source interne de chaleur et avec des propriétés thermiques indépendantes de la température (conductivité et diffusivité thermiques), l'équation de la chaleur peut être écrite sous la forme [2] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

On suppose en outre les conditions aux limites suivantes pour notre système :

$$T(x, y, t) = T_0(x, y) \text{ pour } t = 0 \quad (2a)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \text{ et } \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (2b)$$

Les conditions adiabatiques (2b) peuvent être justifiées par la faible épaisseur de la couche comparativement à sa largeur ( $\frac{e}{L} \ll 1$  Cf. figure 1).

Pour simplifier la résolution, la variable différence de température  $\theta = T - T_0$  est définie. La transformée de Laplace de l'équation (1) donne alors :

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} = \frac{p}{a} \bar{\theta} \quad (1)$$

Les conditions adiabatiques en  $x = 0$  et en  $x = L$ , permettent de définir la transformée de Fourier suivante :

$$\tilde{\theta}_n(y, p) = \int_0^L \bar{\theta}(x, y, p) \cos(\alpha_n x) dx \quad (4)$$

avec  $\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$  (pour  $n = 0, 1, \dots, N$ ), valeurs propres suivant  $x$ .

La transformée de Fourier de l'équation (3) fournit alors :

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}_n}{dy^2} - \left( \alpha_n^2 + \frac{p}{a} \right) \tilde{\theta}_n = 0 \quad (5)$$

En outre, le flux de chaleur linéique suivant  $y$  est défini par :  $\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$ . La solution de l'équation différentielle de l'équation (5) peut alors être présentée sous la forme matricielle suivante qui relie les harmoniques de la transformée de Laplace de la température et du flux de chaleur entre les deux faces du matériau [4, 5] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ \tilde{\phi}_n^{Sortie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Entrée} \\ \tilde{\phi}_n^{Entrée} \end{bmatrix} \quad (6)$$

avec pour  $n = 0, 1, \dots, N$ :

$$A_n = D_n = \cosh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right) \quad ; \quad B_n = \frac{\sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)}{\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}}} ;$$

$$C_n = \lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} \sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)$$

Finalement, l'ensemble des harmoniques de la transformée de Laplace de la température et du flux de chaleur à l'entrée peut être relié à celui en sortie selon l'équation suivante [2]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{Sortie} \\ \tilde{\phi}^{Sortie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{Entrée} \\ \tilde{\phi}^{Entrée} \end{bmatrix} \quad (7)$$

avec  $(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})$  les vecteurs de l'ensemble des harmoniques de température et de flux de chaleur dans l'espace de Laplace, et où  $A, B, C, D$  sont des matrices carrées diagonales dont les coefficients sont ceux présentés dans l'équation (6).

## 2.2. La conversion de spectre

Le transistor est constitué d'un empilement de couches de largeurs différentes. Cela génère un phénomène de macro-constriction des lignes de flux de chaleur. A ce phénomène de macro-constriction s'ajoute celui de micro-constriction dû au contact imparfait entre les deux couches. Ce phénomène, peut être modélisé sous la forme d'une matrice de résistances de contact. Néanmoins, le phénomène de micro-constriction reste négligeable devant celui de macro-constriction. Dans le cadre du présent travail, ce dernier est modélisé par des matrices de conversion de spectre. La relation entre les harmoniques de la transformée de Laplace de la température de la couche la plus grande en fonction de ceux des couches les plus petites s'écrit alors [3] :

$$\tilde{\theta}_i = \sum_{l=1}^M E_{i \rightarrow l} \tilde{\theta}_l$$

avec :

$$E_{i-1 \rightarrow i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{L_{i-1}}{2L_i} f_1(n, L_{i-1}, L_i, \delta_i) & \frac{L_{i-1}}{L_i} \left\{ \begin{array}{l} f_2(n, m, L_{i-1}, L_i, \delta_i) \text{ if } \frac{n}{m} \neq \frac{L_{i-1}}{L_i} \\ Or \\ f_3(n, m, L_{i-1}, L_i, \delta_i) \text{ if } \frac{n}{m} = \frac{L_{i-1}}{L_i} \end{array} \right\} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$1 \leq n \leq N_{i-1}, 1 \leq m \leq N_i$$

$$\text{et } \begin{cases} f_1(n, L_{i-1}, L_i, \delta_i) = \frac{2}{n\pi} \left( \sin \left( n\pi \left( \frac{L_i}{L_{i-1}} + \frac{\delta_i}{L_{i-1}} \right) \right) - \sin \left( n\pi \frac{\delta_i}{L_{i-1}} \right) \right) \\ f_2(n, m, L_{i-1}, L_i, \delta_i) = \frac{2}{\pi} \frac{n}{n^2 - m^2 \left( \frac{L_{i-1}}{L_i} \right)^2} \left( \sin \left( n\pi \left( \frac{L_i}{L_{i-1}} + \frac{\delta_i}{L_{i-1}} \right) \right) - \sin \left( n\pi \frac{\delta_i}{L_{i-1}} \right) \right) \\ f_3(n, m, L_{i-1}, L_i, \delta_i) = \frac{L_i}{L_{i-1}} \cos \left( n\pi \frac{\delta_i}{L_{i-1}} \right) \end{cases}$$

### 3. Modèle semi-analytique du composant

Le présent modèle est développé pour la géométrie illustrée sur la figure 1 qui présente deux macro-constrictions représentatives d'un transistor et dues aux largeurs différentes des trois couches constitutives. La relation permettant de relier le profil de température sur la face supérieure à celui sur la face inférieure et au flux de chaleur sur la face supérieure valable en régime permanent et transitoire s'écrit (après tout développement [3]) sous la forme de l'équation suivante :

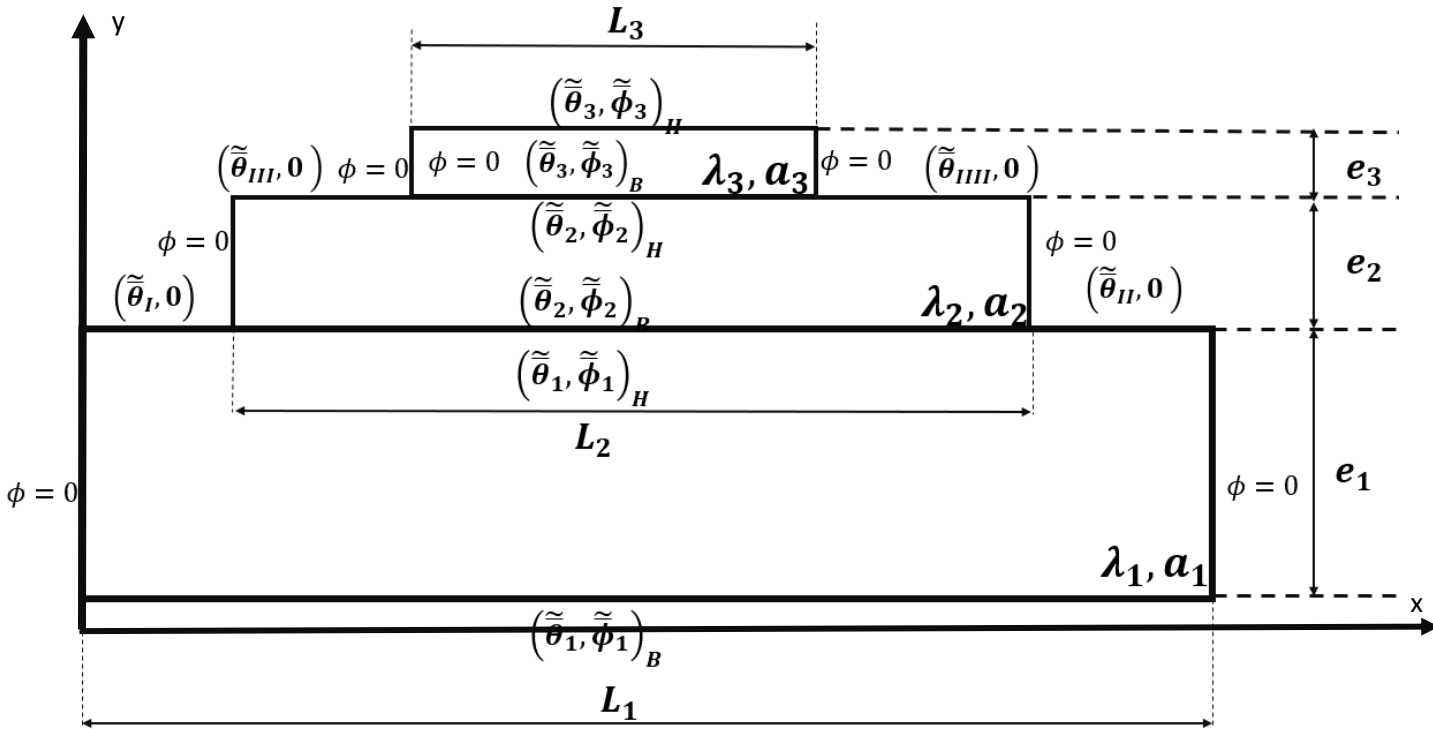
$$\left[ \tilde{\theta}_3^H \quad \tilde{\theta}_I \quad \tilde{\theta}_{II} \quad \tilde{\theta}_{III} \quad \tilde{\theta}_{III} \right]^T = H^{-1} \left( \tilde{\theta}_1^B - W \tilde{\phi}_3^H \right) \quad (9)$$

Avec :

$$H = [A_1 E_{2 \rightarrow 1} (A_2 E_{2 \rightarrow 3} A_3 + B_2 E_{2 \rightarrow 3} C_3) + B_1 E_{1 \rightarrow 2} (C_2 E_{2 \rightarrow 3} A_3 + D_2 E_{2 \rightarrow 2} C_3),$$

$$A_1 E_{I \rightarrow 1}, A_1 E_{II \rightarrow 1}, (A_1 E_{2 \rightarrow 1} A_2 + B_1 E_{2 \rightarrow 1} C_2) E_{III \rightarrow 2}, (A_1 E_{2 \rightarrow 1} A_2 + B_1 E_{2 \rightarrow 1} C_2) E_{III \rightarrow 2}]$$

$$W = [A_1 E_{2 \rightarrow 1} (A_2 E_{3 \rightarrow 2} B_3 + B_2 E_{3 \rightarrow 2} D_3) + B_1 E_{2 \rightarrow 1} (C_2 E_{3 \rightarrow 2} B_3 + D_2 E_{3 \rightarrow 2} D_3)]$$



**Figure 1.** Géométrie simplifiée du transistor MOSFET

Les paramètres géométriques et les propriétés thermo-physiques sont fournis dans le tableau 1:

	$\rho(kg/m^3)$	$c_p(J/kg.K)$	$\lambda (W/m.K)$	$e(mm)$	$L(mm)$
Cuivre	8900	390	400	3,0	53,5
Carte électronique	6400	530	240	0,50	43,0
Carbure de silicium	3300	680	395	0,028	22,0

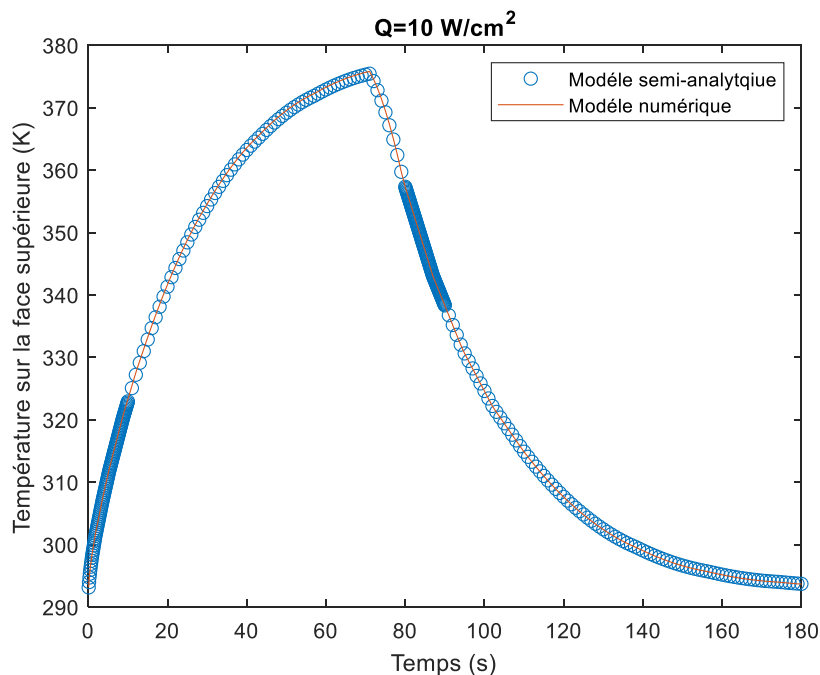
**Tableau 1.** Paramètres géométriques et propriétés thermophysiques des différentes couches

Pour la résolution du problème avec le modèle numérique, un flux de chaleur ( $Q = 10 \text{ W/cm}^2$  pour  $0 < t < 70 \text{ s}$  et  $Q = 0$  sinon) a été imposé sur la face supérieure du composant. Un coefficient d'échange ( $h = 500 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ) modélisant la convection thermique a été imposé sur la face inférieure du composant pour une température du fluide de refroidissement constante et égale à la température initiale du système fixée à  $20^\circ\text{C}$ . Le profil de température sur la face inférieure du composant, récupéré à partir du modèle numérique et le flux de chaleur sur la face supérieure sont utilisés en tant qu'entrées du modèle semi-analytique. Dans les faits, l'équation (9) permet d'avoir accès à la transformée de Laplace des harmoniques de température sur la face supérieure. La transformée de Laplace inverse est ensuite calculée par utilisation de l'algorithme de Gaver-Stehfest [4]. L'inversion de la transformée de Fourier est ensuite réalisée analytiquement selon la relation :

$$\theta_3^H(x) = \frac{\tilde{\theta}_3^H(0)}{L_3} + \frac{2}{L_3} \sum_{k=1}^N \tilde{\theta}_3^H(k) \cos\left(\frac{k\pi}{L_3} x\right) \quad (10)$$

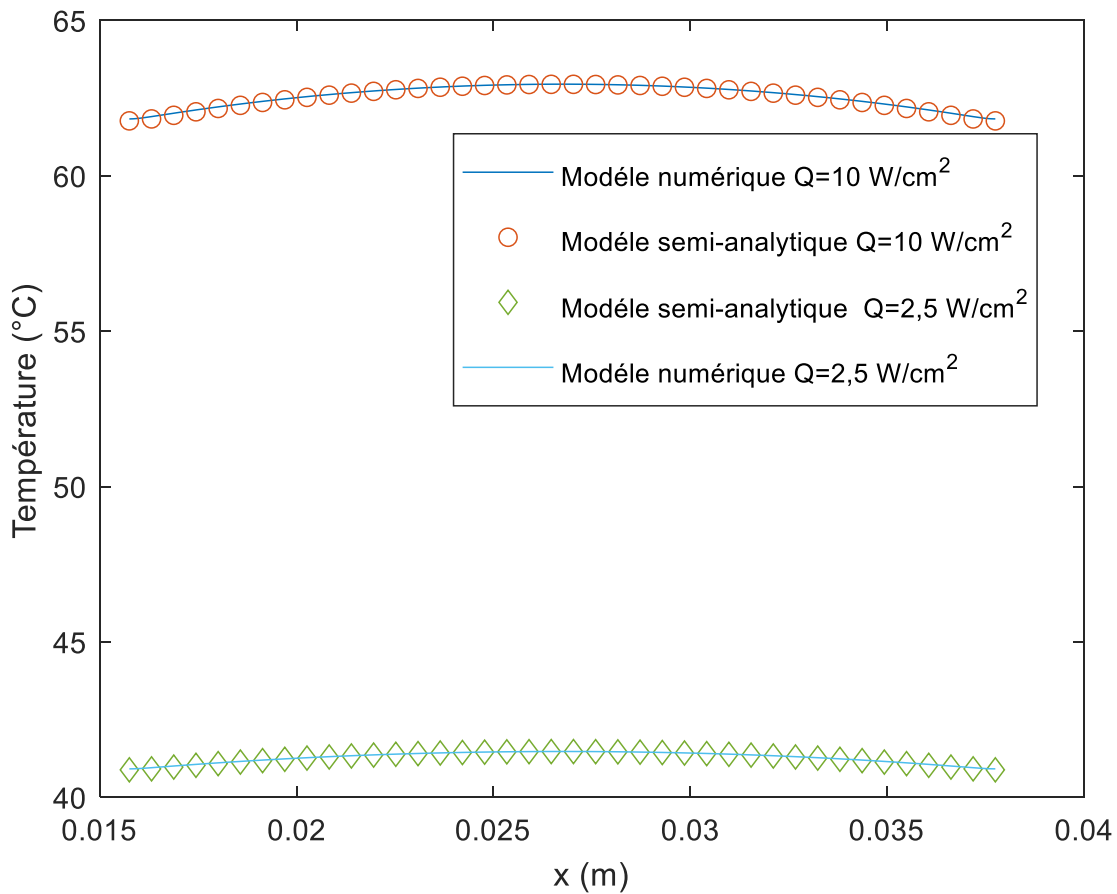
#### 4. Résultats

La réponse du système en régime transitoire au centre de la puce est représentée dans la figure 2. Un bon accord entre le modèle semi-analytique basé sur la méthode des quadripôles thermiques et la conversion de spectre et le modèle numérique développé sous COMSOL Multiphysics est illustré avec un temps de calcul plus faible pour le modèle semi-analytique (~50 fois plus rapide).



**Figure 1.** Evolution de la température au niveau de la jonction en fonction du temps

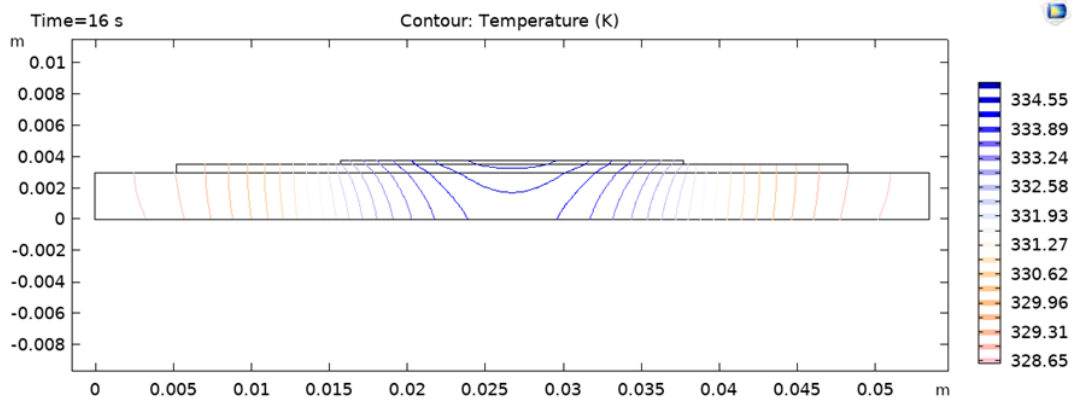
Les résultats sont aussi comparés sur le profil final de températures sur la face supérieure pour différentes valeurs de puissance dissipée (Figure 3) et confirment la bonne adéquation entre les modèles.



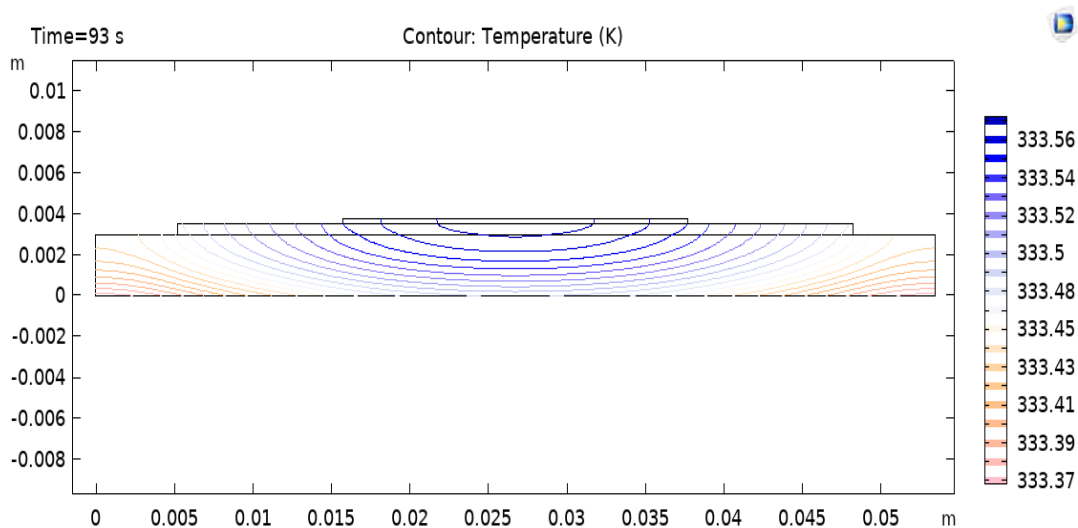
**Figure 3.** Profil final de température sur la face supérieure en fonction de la position pour différentes sollicitations de puissance

La suite de ces travaux de modélisation est de permettre d'identifier, par méthodes inverses, des modèles paramétriques pour déterminer la température de jonction en fonction de mesures de températures à des endroits bien choisis en face inférieure.

La modélisation numérique permet facilement d'étudier la forme des isothermes de température due à la macro-constriction, afin de déterminer des positions favorables à ces mesures locales. Cependant, on observe que, dans le cas de la première sollicitation présentée (figure 4), pour une même température en face supérieure, la forme de ces isothermes diffère fortement suivant la chauffe et le refroidissement de la puce (Figure 5). Dans les faits, lors de la phase de chauffage, la chaleur se propage depuis la source jusqu'à la face inférieure et est diffusée plus largement dans le composant. Lors de la phase de coupure de puissance, le refroidissement (gardé constant) impose sa dynamique et la chaleur est moins diffusée. Le changement de la forme des isothermes pourra donc rendre l'identification de la fonction de transfert du composant assez complexe.

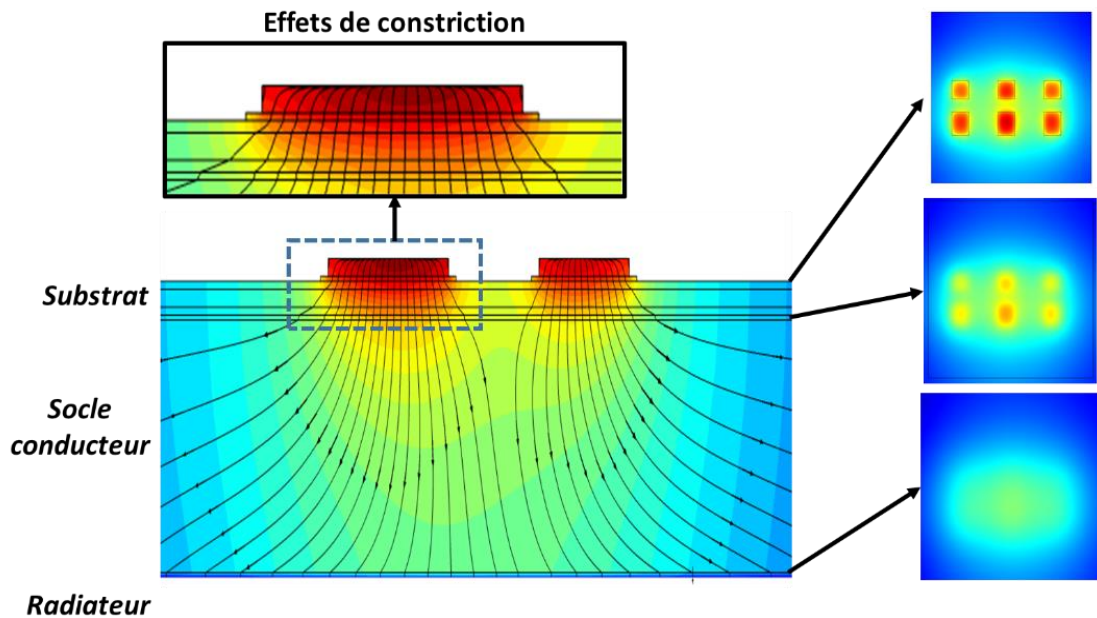


**Figure 4.** Cartographie des isothermes de température en présence du flux de chauffage



**Figure 5.** Cartographie des isothermes de température en absence du flux de chauffage

A ce problème de la forme des isothermes, s'ajoute celui du filtrage spatial (perte d'informations du signal thermique entre les faces supérieure et inférieure Cf. Figure 6). Cette figure correspond à une simulation d'un système constitué de six transistors et six diodes où seule la moitié du système est illustrée. La distance entre la puce et l'endroit de mesure impactera certainement la qualité de l'estimation. Pour investiguer ce phénomène, différents profils temporels de températures ont été relevés à différentes hauteurs  $y$  de la couche inférieure du composant à partir de la simulation numérique. Chaque profil temporel a ensuite servi de données d'entrée du modèle semi-analytique. En supposant le modèle numérique comme référence valide, cela permet d'analyser la précision du modèle analytique pour différentes hauteurs de mesures.



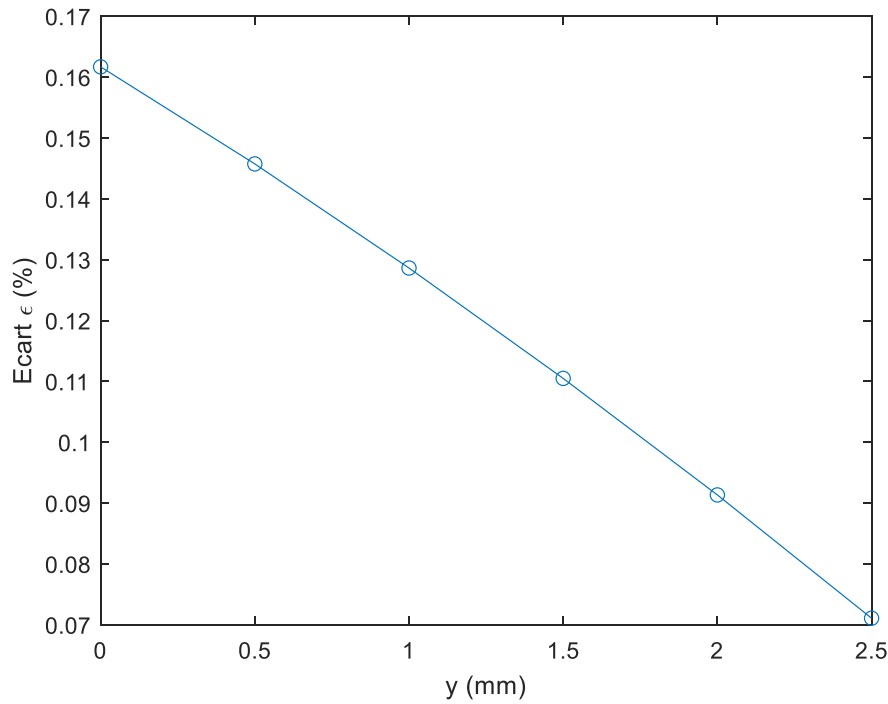
**Figure 6.** Phénomène de filtrage spatial

Pour une épaisseur donnée, on compare la température au centre en face supérieure évaluée par le modèle analytique,  $T_{ana}$ , à sa valeur  $T_{num}$  du modèle numérique, à chaque instant. On définit ensuite un écart relatif, défini sur l'ensemble des temps d'intégration par :

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\sum_i (T_{num}(t_i) - T_{ana}(t_i))^2}}{\sqrt{\sum_i (T_{num}(t_i))^2}} \quad (11)$$

L'écart (pour  $0 \leq y < e_1$ ) entre le modèle semi-analytique et le modèle numérique décroît à mesure que l'estimation est faite à partir d'un profil de température plus proche de la source (Figure 7). Cette décroissance est quasiment linéaire et suit la relation suivante  $\epsilon \approx -0,000127y * +0,16$  ( $y * = \frac{y}{e_1 + e_2 + e_3}$ ). Il est cependant à noter que d'un point de vue pratique, la mise en place de thermocouples à une plus grande profondeur dans le composant pourra perturber la thermique du système (effet d'ailettes, changement de la forme des isothermes...).





**Figure 7.** Ecart sur la température en face supérieure entre le modèle semi-analytique et numérique suivant la profondeur du profil de température à une profondeur donnée  $y$  dans le bloc inférieur (numéro 1)

## 5. Perspectives : développement d'un modèle réduit

Si un capteur de température est présent dans le système à n'importe quel endroit  $(x_c, y_c)$ , le présent modèle, ou tout modèle numérique équivalent basé sur les mêmes hypothèses, est capable d'exprimer cette variation de température  $\theta_s(t) = \theta(t, x_s, y_s)$  comme un produit de convolution entre la variation de la température de jonction  $\theta_j(t)$  au centre de la puce et une réponse impulsionnelle spécifique (une transmittance  $w$ ). Ceci provient de la nature du système aux dérivées partielles pour la diffusion de la chaleur dans l'empilement considéré, qui est linéaire avec des coefficients indépendants du temps ici. Le théorème de Duhamel pourra ainsi être exprimée sous la forme suivante :

$$\theta_s(t) = (w * \theta_j)(t) \quad (12.a)$$

$$\theta_s(t) = \int_0^t w(\tau)\theta_j(t - \tau)d\tau \quad (12.b)$$

Cette équation peut prendre la forme matricielle/vectorielle suivante, si seulement  $m$  observations discrètes des trois fonctions ci-dessus sont observées sur une grille temporelle :

$$\theta_s = M(\theta_j)w \quad (13.a)$$

$$\theta_s = M(w)\theta_j \quad (13.b)$$

Où  $\theta_s$ ,  $\theta_j$  et  $w$  sont les vecteurs colonnes des  $m$  observations de ces fonctions et  $M$  une matrice triangulaire inférieure de Toeplitz de taille  $m \times m$  qui est une fonction de  $\theta_j$  ou  $w$ .

Ainsi, pour obtenir un capteur virtuel de la température de jonction, le vecteur transmittance doit être estimé dans un premier temps à partir des valeurs calculées ou mesurées de la jonction et de la température, à l'aide d'un algorithme d'inversion basé sur l'équation 13 (problème d'étalonnage et expérience). Dans un deuxième temps, une fois la transmittance estimée, l'inversion de l'équation ci-dessus permettra d'estimer la température de la jonction dans les conditions réelles de fonctionnement de la puce (mode capteur virtuel). Comme les deux problèmes inverses ci-dessus sont mal posés, leur solution nécessitera une certaine forme de régularisation.

## 5. Conclusion

Le modèle semi-analytique basé sur la méthode des quadripôles thermiques et la conversion de spectre permet d'accéder à la température sur la face supérieure du composant d'électronique de puissance en fonction de la température en face inférieure et le flux de chaleur en face supérieure. Les résultats obtenus illustrent un bon accord entre le modèle numérique et le modèle semi-analytique avec un temps de calcul assez faible (50 fois plus rapide) pour le modèle analytique.

Dans le cadre du présent travail, les propriétés thermo-physiques ont été prises indépendantes de la température et la valeur de la puissance thermique surfacique dissipée par le composant a été supposée parfaitement connue, avec refroidissement convectif sur la face inférieure. De plus, les caractéristiques géométriques du composant ont été présumées connues et plusieurs résistances de contact ont été négligées. La prise en compte de tous ces éléments rendrait la modélisation plus complexe. De plus, ces paramètres sont difficilement trouvables ou mesurables. Pour ces raisons, le développement d'un modèle paramétrique sera par la suite privilégié pour déterminer la température de jonction en fonction des températures de thermocouples placés à des positions stratégiques. La localisation de ces mesures déportées sera estimée et testée dans un premier temps par les modèles analytique et numérique présentés ici. Une identification paramétrique et une validation sont également prévues sur un banc expérimental dédié.

## Bibliographie

- [1] A. Wintrich, U. Nicolai, W. Tursky et T. Reimann, Application Manual Power Semiconductors, 2010.
- [2] D. Maillet, S. André, J.C. Batsale, A. Degiovanni et C. Moyne, Thermal quadrupoles : Solving the heat equation through integral transforms, WILEY, 2000.
- [3] G. Maranzana, I. Perry et D. Maillet, Quasi-analytical simulation of conduction heat transfer through a pyramidal multilayer multiblock by the quadrupole method, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology.*, pp. 499-521, 2002.
- [4] R. G. Jacquot et J. W. Steadman and C. N. Rhodine, The Gaver-Stehfest algorithm for approximate inversion of Laplace transforms, *IEEE Circuits & Systems Magazine*, vol. 3, pp. 4-8, 1983.
- [5] N. LARAQI, Température à la jonction d'un composant électronique sur son substrat., *Congrès SFT*, 2007.