L’équivalence information-entropie, le démon de Maxwell et le paradoxe de l'information

Information-entropy equivalence, Maxwell’s demon and the information paradox

Jean Argouarc'h[1]

[1] jr.argouarch@gmail.com

RÉSUMÉ. Plusieurs expériences ont été récemment réalisées pour confirmer le principe de Landauer, selon lequel l’effacement d’un bit d’information requiert une dissipation d'énergie d’au moins $K_B\ T\ \log 2$. Elles reposent sur le principe de la mémoire bistable. D’autres expériences de nano-moteurs électroniques ou moléculaires apportent un point de vue complémentaire basé sur la mémoire à bascule. En approfondissant leur analyse on montre que leurs résultats sont suffisamment précis pour conclure qu'il convient de modifier le principe de Landauer.
En remontant aux sources des travaux de Landauer, nous sommes amenés à reconsidérer la machine imaginée par Szilard pour résoudre le paradoxe du démon de Maxwell, qui a conduit von Neumann à proposer une forme d’équivalence entre l’entropie et l’information. L'étude d’une variante de la machine de Szilard montre qu’en réalité son fonctionnement ne dépend pas de l'information que posséderait un observateur. De plus une expérience réalisant l’inversion d’un bit d’information par un processus quantique en mémoire à bascule montre que cette inversion peut se produire sans dépense d’énergie, en contradiction avec le principe de Landauer. Il en résulte une nouvelle approche théorique pour résoudre le paradoxe de Maxwell, selon laquelle il se produit également un phénomène quantique dans une mémoire bistable lors de l'inversion ou de la disparition d'un bit d’information, ces deux transitions s’accompagnant d’une dissipation d’énergie moyenne d’au moins $K_B\ T\ \log 2$ lorsqu’elles sont forcées au moyen d’un paramètre de contrôle.
Cette théorie réfute le principe d'équivalence entre information et entropie, qui s'est largement propagé sous l'influence des travaux de Shannon et de Brillouin, et qui est notamment à l'origine du paradoxe de l’information relatif aux trous noirs. Ce paradoxe qui résulte de théories de Bekenstein et de Hawking disparait donc avec ce principe.
ABSTRACT. Several experiments based on bistable memory have been carried out to confirm Landauer's principle, according to which the erasure of one bit of information requires a minimum energy dissipation of $K_B\ T\ \log 2$. Further experiments on electronic or molecular nanomotors provide a complementary point of view based on a tilt-type memory. By deepening the analysis we show that their results are sufficiently precise to conclude on the contrary that we have to modify the Landauer principle.
Going back to the sources of Landauer's work, we reconsider the machine imagined by Szilard to resolve the paradox of Maxwell's demon, which led von Neumann to propose a form of equivalence between entropy and information. The study of a new variant of Szilard's machine shows that its process does not depend on information held by an observer. In addition, one experiment carrying out the inversion of a bit of information by a quantum process in a tilt memory shows that this inversion can occur without energy consumption, in contradiction with Landauer’s principle. The result is a new theoretical approach to solve Maxwell's paradox, according to which a quantum phenomenon also occurs in a bistable memory during the inversion or vanishing of a bit of information, these two transitions showing an average energy dissipation of at least $K_B\ T\ \log 2$ when they are forced by means of a control parameter.
This theory refutes the principle of equivalence between information and entropy which was widely spread under the influence of Shannon and Brillouin, and which is at the origin of the information paradox relating to black holes. The paradox which results from the theories of Bekenstein and Hawking therefore disappears with this principle.
MOTS-CLÉS. Information, entropie, machine de Szilard, limite de Landauer, démon de Maxwell, paradoxe de l'information, mémoire bistable, mémoire à bascule, effet tunnel.
KEYWORDS. Information, entropy, Szilard machine, Landauer limit, Maxwell’s demon, information paradox, bistable memory, tilt memory, tunneling effect.

1. Introduction

Le principe de Landauer [Land61] stipule que l'énergie minimale pour effacer un bit d'information est $E = K_B\ T\ \log 2$, produisant une augmentation irréversible d'entropie $S \geq K_B \log 2$, K_B étant la constante de Boltzmann (1.380 10^{-23} J/K) et T la température absolue. L'effacement d'un bit, au sens de Landauer qui le définit comme un "*reset to one*", consiste à forcer le bit à la valeur un, quelle que soit sa valeur initiale. Ce principe a été conforté par les travaux de Bennett [Benn82], et il repose sur le principe d'équivalence information-entropie proposé par von Neumann [Neum32] pour expliquer le paradoxe du démon de Maxwell [Knot11]. Depuis une dizaine d'années plusieurs expériences ont été réalisées afin de mettre en évidence et de confirmer le principe de Landauer. Elles utilisent le principe de la mémoire bistable constituée de deux puits de potentiel. Certaines d'entre elles manipulent un nano-objet dans le champ de gravité terrestre, en le déplaçant latéralement, d'un puits à l'autre, par un champ électrique ([DiLu09] [JuGB14] [RMPP14] [GaBe16]) ou par une force de viscosité ([BAPC12]). Pour d'autres l'objet est une lame vibrante ayant deux zones de stabilité contrôlées par un champ électrique ([DPBC21]), ou un nano-aimant dont les états stables sont les deux orientations préférentielles de l'axe magnétique principal, le passage de l'un à l'autre étant contrôlé par un champ magnétique transverse ([HLDB16] [GBMZ17]).

Une analyse approfondie de ces expériences montre qu'il y a lieu, au contraire, d'amender le principe de Landauer. Cela nous incite à remonter à ses fondations, à savoir à l'expérience de pensée de Szilard [Szil29] et à son interprétation par von Neumann [Neum32]. Une nouvelle variante de la machine de Szilard permet de montrer que son fonctionnement est indépendant de toute information ou connaissance qu'aurait l'expérimentateur sur l'état du système, réfutant ainsi le principe d'équivalence information-entropie de von Neumann pour résoudre le paradoxe du démon de Maxwell.

Ces expériences permettent de démontrer également que ce n'est pas seulement l'effacement d'une information qui provoque une dépense d'énergie dissipative, mais aussi son inversion ou sa disparition. D'autres expériences ont été réalisées pour valider l'équivalence information-entropie, inspirées des idées de Maxwell et Szilard. Elles utilisent une mémoire à bascule, et elles montrent que l'inversion d'un bit, par conséquent son effacement au sens de Landauer, peut se faire de manière réversible, sans augmentation d'entropie. Il en découle un théorème des transitions, qui s'applique aux transitions d'état des mémoires bistables et des mémoires à bascule.

Je propose l'hypothèse selon laquelle ces transitions d'état provoquent un phénomène quantique, identique ou analogue à l'effet tunnel, selon les cas, dont on peut mesurer les conséquences à l'échelle micro ou mésoscopique. Ces transitions requièrent une énergie moyenne $K_B\,T\,\log 2$ quand elles sont irréversibles, alors qu'elles peuvent être énergétiquement neutres quand elles sont réversibles.

Shannon ([Shan45] [Shan48]), inspiré par von Neumann, a choisi de nommer entropie la mesure probabiliste de l'information qu'il a imaginée pour résoudre des problèmes de cryptographie et pour améliorer les performances de systèmes de communication. Il a ainsi indirectement contribué à la diffusion du principe d'équivalence information-entropie, avec Brillouin qui y a consacré un ouvrage [Bril59], ayant notamment pour conséquence, pour certains physiciens, d'attribuer à l'information un rôle aussi fondamental que la matière et l'énergie dans l'univers physique, aboutissant par exemple au paradoxe de l'information en astrophysique. On trouvera en annexe un bref historique de cette confusion entre l'information et l'entropie.

2. Le paradoxe du démon de Maxwell et la machine de Szilard

Maxwell avait imaginé un minuscule démon intelligent cherchant à contourner le second principe de la thermodynamique à l'échelle moléculaire. Dans une enceinte divisée en deux par une paroi équipée d'un minuscule clapet, le démon filtre le passage des molécules en ouvrant ce clapet pour laisser passer les molécules rapides dans un sens, et les molécules lentes dans l'autre sens. Il transférerait ainsi de la chaleur d'une zone froide vers une zone chaude, sans dépense d'énergie, uniquement par l'usage de sa perception et de son intelligence.

Pour résoudre ce paradoxe, Szilard [Szil29] a conçu un système constitué d'une molécule unique enfermée dans une enceinte cylindrique (figure 1, état 0). On ferme subitement une paroi mobile qui la divise en deux volumes égaux (état 1). Un observateur détermine à l'aide d'un appareil de mesure si la paroi a isolé la molécule à droite ou à gauche. Il peut alors utiliser la pression exercée par la molécule sur la paroi mobile pour récupérer l'énergie acquise par le système, à savoir $K_B T \ \log 2$, en disposant un câble tiré par un poids du côté où se trouve la molécule (état 2). Si les opérations qui précèdent pouvaient se faire sans dépense d'énergie, elles contrediraient le second principe de la thermodynamique.

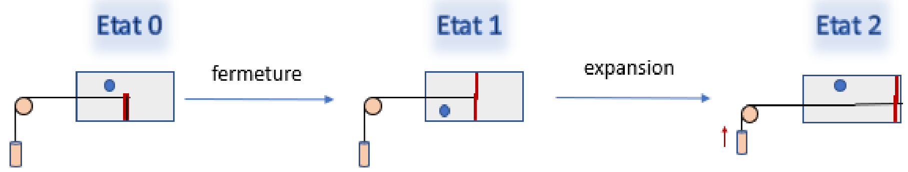

Figure 1. *La machine de Szilard*

Selon Szilard, c'est en mesurant la position de la molécule que l'on dépense une énergie qui permet ensuite de diminuer l'entropie de $K_B \log 2$. Trois ans après l'article de Szilard, von Neumann [Neum32] affirme que c'est plus précisément l'information obtenue par l'opérateur au moyen de l'appareil de mesure qui permet cette diminution d'entropie, en établissant explicitement (voir citations en Annexe) une équivalence entre la notion subjective de connaissance ou d'information détenue par un observateur, dans sa conscience, et la notion objective d'entropie.

Nous sommes pourtant en présence d'un système physique parfaitement défini, indépendamment de ce qu'en connaît l'opérateur. Nous allons étudier en détail les processus qui s'y déroulent en imaginant une variante de la machine de Szilard, rendue symétrique en l'équipant de deux poids au lieu d'un seul (figure 2).

Pour une description plus réaliste, nous considérons une enceinte parallélipipédique, qui peut être divisée en deux parties par une paroi transversale placée en son milieu. Cette paroi est constituée de deux plaques rectangulaires dont l'une coulisse sur l'autre. En position ouverte elles sont superposées, et en position fermée elles forment une cloison étanche au milieu de l'enceinte, constituant ainsi le clapet imaginé par Maxwell. Le clapet peut coulisser longitudinalement dans l'enceinte. Nous fixons deux câbles attachés à deux poids de part et d'autre du clapet, et nous intercalons un dynamomètre entre l'extrémité de chaque câble et le poids auquel il est fixé. Nous disposons l'ensemble initialement pour que les deux poids reposent sur une surface plane, et de telle sorte que chaque dynamomètre indique une force de traction nulle. On notera que ces mesures dynamométriques peuvent se faire avec une énergie tendant vers zéro. Pour s'affranchir des fluctuations thermodynamiques, il suffit d'en évaluer la moyenne sur une durée suffisamment longue.

L'ensemble est représenté sur la figure 2. Les valeurs numériques correspondent à une molécule d'azote N_2, dont le rapport des chaleurs spécifiques est $\gamma = Cp/Cv = 7/5$, à la température environnante T0 = 300 K.

Dans l'état 0, le clapet est ouvert. Puis il est fermé subitement, emprisonnant la molécule dans un volume $V1 = V0/2$, que nous supposerons être à gauche (état 1). La molécule subit une compression adiabatique quasi-instantanée, sans échange de chaleur, donc sans variation d'entropie, et elle s'échauffe à la température $T1 = T0 \ 2^{\gamma-1} \ = 396 \ K$ (123 °C). L'énergie interne de la molécule qui était initialement $E0 = \frac{1}{\gamma-1} K_B \, T0$ augmente de $\Delta E = \frac{2^{\gamma-1}-1}{\gamma-1} \ K_B \, T0 = 0.798 \, K_B \, T0$.

Puis au contact du milieu environnant, la molécule se refroidit jusqu'à la température T0 (état 2), en perdant une entropie $\Delta S = K_B \log(V1/V0) = -K_B \log 2 = -0.693\, K_B$. Il se produit un transfert de chaleur dissipatif. Cette phase du processus est thermodynamiquement irréversible.

Enfin nous laissons agir la pression de la molécule qui repousse le clapet jusqu'à une extrémité de l'enceinte, à vitesse très lente, pour que la transformation soit quasi-statique (état 3). L'entropie revient à sa valeur initiale S0 et l'énergie transférée au poids est égale à $\Delta E = -\, K_B T0 \, \log 2$.

On note que l'augmentation totale d'entropie du système et de son environnement au cours du cycle complet n'est pas égale à $K_B \, \log 2$, mais à $\Delta S = \left(\frac{2^{\gamma-1}}{\gamma-1} - \log 2\right) K_B$ soit $(0.798 - 0.693) K_B = 0.105\, K_B$.

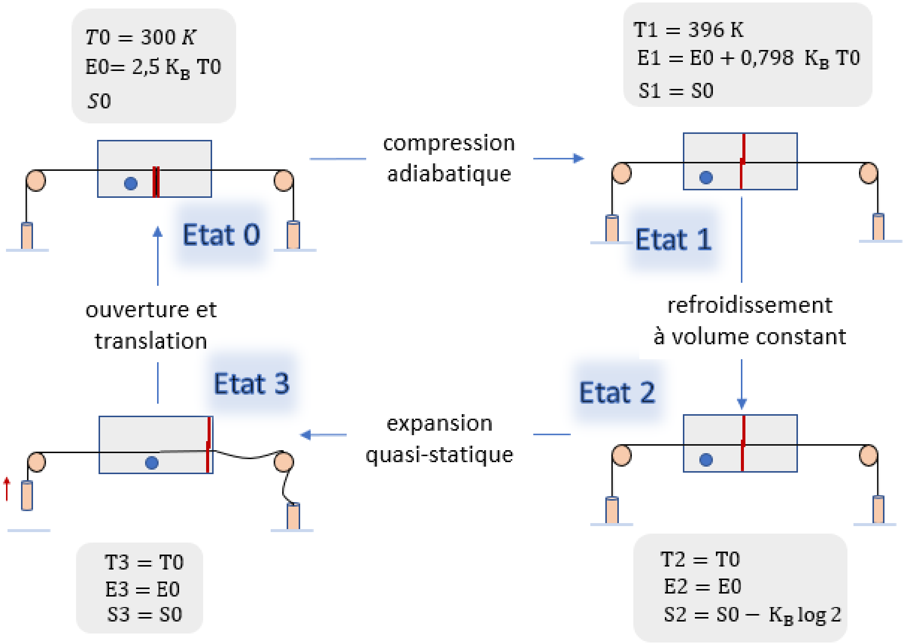

Figure 2. *Machine de Szilard symétrique*

Analyse

Selon Szilard[1], la mesure de la position de la molécule provoque une augmentation d'entropie de $K_B \, \log 2$, compensée par une réduction d'entropie de la molécule, qui permet ensuite de récupérer l'énergie $K_B \, T0 \, \log 2$. Or notre variante symétrique permet de récupérer cette énergie sans qu'il soit nécessaire de déterminer la position de la molécule. Ceci réfute l'hypothèse de Szilard.

Selon von Neumann, c'est le fait que nous connaissions de quel côté se trouve la molécule qui provoque une diminution de l'entropie de la molécule (voir citations en Annexe), ce qui permet ensuite de récupérer l'énergie correspondant à cette entropie. Or dans notre variante symétrique, l'opérateur ne s'est servi d'aucune information pour récupérer l'énergie communiquée au système afin d'en diminuer l'entropie. Aucune information n'a modifié l'entropie du système, ce qui contredit l'hypothèse de von Neumann, et réfute ainsi sa solution du paradoxe du démon de Maxwell.

Il nous faut donc reconsidérer ce paradoxe. Dans leur raisonnement Szilard et von Neumann semblent considérer que la fermeture du clapet se fait sans dépense d'énergie. Or il existe une autre solution pour passer de l'état 0 à état 1. Elle consiste à déplacer subitement la paroi d'une extrémité jusqu'au milieu de l'enceinte (à partir de la droite sur les figures 1 ou 2), en s'opposant à la force de

[1] « Taking the measurement is principally connected with a quite certain average entropy production. [...] the entropy produced by this "measurement" must be compensated by the utilisation of the resultant entropy reduction of the system » ([Szil29] p.7).

pression de la molécule. Nous obtenons alors le même résultat qu'en fermant le clapet. Cela signifie qu'en fermant le clapet nous avons transféré de l'énergie au système. C'est donc que nous avons dû appliquer une force transversale sur la partie mobile du clapet.

Mais d'où peut venir la force qui s'oppose à cette poussée ? Elle ne peut pas venir de la pression du gaz puisque celle-ci est orthogonale au clapet et à son mouvement. Il semble qu'aucun théorème de mécanique classique ne puisse donner la clef de cette énigme.

3. Le principe de Landauer et la mémoire bistable

Pour tenter de répondre à cette question nous allons d'abord approfondir l'analyse de trois expériences qui ont été réalisées récemment, et qui avaient pour objectif de confirmer le principe de Landauer.

3.1. *Expérimentations*

Ces expériences utilisent le principe d'un double puits de potentiel qui détermine deux états stables, tels que l'on peut contrôler la transition d'un état à l'autre par une action extérieure. Ce système physique permet de représenter un bit d'information en affectant le symbole 0 à un état et le symbole 1 à l'autre état. Il permet l'inversion du bit (opération NOT) par changement d'un état vers l'autre, ou la disparition du bit en rapprochant les puits de potentiel jusqu'à les fusionner en un seul état monostable.

Ce système peut donc se trouver dans un des 3 états : monostable, 0 ou 1 (figure 3).

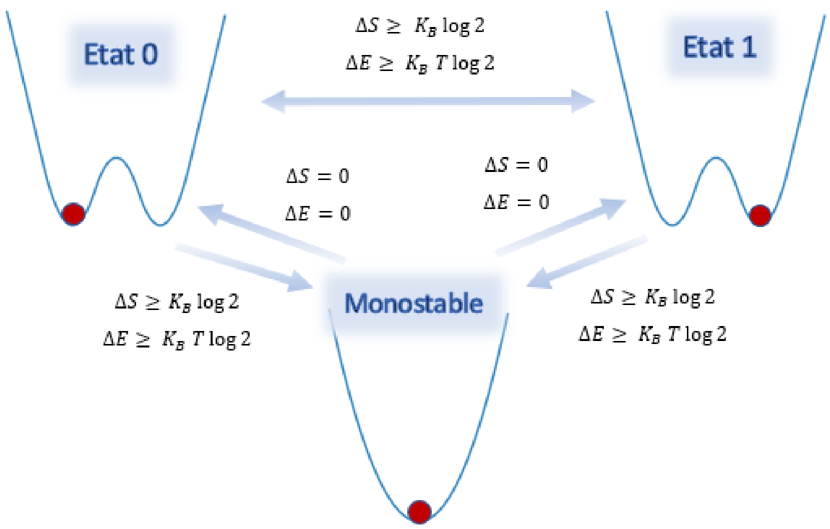

Figure 3. *Transitions d'une mémoire bistable*

<u>Expérience A</u> Gaudenzi et al. [GBMZ17] emploient un nano-aimant, dont ils peuvent orienter les spins de l'axe magnétique principal selon deux directions opposées pour réaliser les deux puits de potentiel. Ils appliquent un cycle dont la première phase consiste à annuler la barrière qui sépare les deux puits de potentiel, par l'action d'un champ magnétique transverse, ce qui équivaut à faire disparaître l'information (état monostable), et dont les phases suivantes servent à recréer l'état 1. Cette expérience aboutit à une dissipation d'énergie moyenne de $K_B\, T \log 2$ par cycle avec une précision satisfaisante. Mais elle n'applique pas exactement le processus *reset to one* analysé par Landauer, qui ne comprend que les opérations d'inversion du bit et de maintien à l'identique, sans passer par un état monostable. On note que l'opération élémentaire d'inversion d'un spin est un processus quantique, *a priori* réversible. Dans le cas présent il s'agit de l'inversion forcée et simultanée d'un très grand nombre de spins d'électrons (environ 10^{18}, dans un cristal de 0.4 mg).

Expérience B Dago et al. [DaBe21] ont réalisé un cycle équivalent avec une lame de silicium (masse 2. 10^{-13} g) que l'on fait osciller à l'aide d'un champ électrique autour de deux positions distinctes, de manière à créer un double puits de potentiel. La position initiale est aléatoirement dans l'état 0 ou 1. Dans une première phase on rapproche les deux puits de potentiel jusqu'à les fusionner, faisant disparaître l'information comme dans l'expérience précédente. A la fin de cette phase on constate avec une excellente précision une augmentation d'entropie moyenne de $K_B \log 2$ en régime quasi-statique. Dans une seconde phase l'état 0 est reconstitué, avec une dépense énergétique négligeable par rapport à $K_B\, T$. Ainsi dans cette expérience c'est la disparition du bit et seulement elle qui requiert de l'énergie.

Expérience C Bérut et al. [BAPC12] ont été à ma connaissance les premiers à mettre en évidence expérimentalement, et avec une bonne précision, l'énergie et l'entropie en jeu dans l'effacement d'information. Ils ont réalisé un double puits de potentiel par un système mécano-optique. Une bille de verre de 2 µm de diamètre (masse = 10^{-11} g) est portée à une hauteur modulable par un faisceau laser qui matérialise deux puits de potentiel séparés par une distance constante. Un micromoteur piézoélectrique permet d'appliquer sur la bille une force de viscosité croissante F pour la pousser vers un puits ou vers l'autre, afin de provoquer un changement d'état. La position de départ est répartie aléatoirement entre les états 0 et 1. Lors de la transition, la force F provoque le déplacement subit Δx séparant les deux puits de potentiel, correspondant à une énergie[2] $\Delta E = F\, \Delta x$, qui est transformée irréversiblement en chaleur.

Quelle que soit la position initiale, on force d'abord la bille en position 1, puis en position 0. Il s'agit donc d'un *reset to zero,* énergétiquement équivalent à un *reset to one,* tout à fait conforme au processus étudié par Landauer. La valeur moyenne d'entropie produite par l'effacement est mesurée sur un grand nombre de cycles. La durée de cycle croit de 5 à 40 secondes pour augmenter progressivement le temps de stabilisation. L'accroissement moyen d'entropie par cycle diminue jusqu'à une limite inférieure de 1.0 K_B pour une durée de cycle de 20 secondes et au-delà, qui correspond à un régime quasi-statique.

3.2. *Analyse théorique*

On voit que l'expérience C emploie une méthode d'effacement d'un bit qui est différente de celle des deux autres. On y réalise une ou deux inversions de bit, à savoir deux inversions si la bille était initialement en position 0 (soit : 0 => 1 => 0) et une seule inversion si la position initiale était 1 (soit : 1 => 1 => 0) conforme au cycle étudié par Landauer.

En revanche dans les deux autres expériences, la première phase consiste à fusionner les deux puits de potentiel, de façon à transformer le système bistable en système monostable, avant de restaurer sa bistabilité et de recréer un bit. L'expérience B montre clairement, par son excellente précision, que l'opération de disparition d'un bit correspond à la limite de Landauer du point de vue énergétique.

Dans l'expérience C il n'y a pas de disparition d'information. Les seules opérations réalisées sont l'identité (1 => 1) et l'inversion (NOT : 1 => 0 ou 0 => 1). La première est énergétiquement neutre. On en déduit que l'inversion d'un bit requiert de l'énergie et augmente l'entropie. L'expérience permet d'évaluer cette énergie ΔE. Pour un grand nombre de cycles, puisque l'état initial est équiréparti entre 0 et 1, la valeur moyenne d'effacement est égale à : ½ (ΔE + 2 ΔE) = 1.5 ΔE.

L'expérience donne environ 1.0 K_B, proche de 1.5 log 2 K_B= 1.040 K_B, ce qui invalide le principe de Landauer qui prévoit : log 2 K_B= 0.693 K_B.

Dans ces trois expériences les dépenses d'énergie sont dissipatives, conduisant à une augmentation globale d'entropie du système et de son environnement. Elles permettent d'affirmer que c'est

[2] Valeurs typiques de cette expérience : F = 3.2 10^{-15} N, Δx = 0.9 µm et ΔE = 2.9 10^{-21} J

l'inversion d'un bit, ainsi que la disparition d'un bit, qui provoquent une dissipation d'énergie de $K_B\ T \log 2$, et non l'effacement d'un bit au sens de Landauer.

D'où provient l'erreur de Landauer ? Dans son article de 1961, Il raisonne sur un ensemble de bits auquel il applique l'opération *reset to one*. Il affirme : « Considérons le cas extrême où tous les bits sont à UN, et où on n'a aucune opération à effectuer. Il est clair que dans ce cas, il n'y a pas de changement d'entropie ni de dissipation de chaleur. Alternativement si tous les états initiaux sont à ZERO, ils ne transportent pas non plus d'information, et il n'y a pas de changement d'entropie si on les remet à UN. »

La première affirmation est exacte, l'ensemble de bits n'est pas modifié, et il n'y a donc aucune dépense d'énergie. En revanche la deuxième n'a rien d'évident. En effet si la transition de 0 à 1 est énergétiquement neutre, la transition inverse de 1 à 0, doit l'être aussi, par symétrie.

De plus il est faux d'affirmer que si l'ensemble de bits est à zéro il ne porte aucune information. En effet, sans compression de l'information, un bit porte une quantité d'information égale à un. C'est la définition du bit, que sa valeur soit 0 ou 1. Donc n bits portent une quantité d'information égale à n, quelle que soit la valeur de chacun des n bits[3], selon la mesure de Hartley (voir en Annexe).

Enfin si on applique directement le raisonnement ci-dessus de Landauer dans le cas où son ensemble de bits ne comprend qu'un seul bit, on conclut alors qu'un bit ne porte pas d'information, que sa valeur soit 0 ou 1 !

En définitive son erreur provient de l'application du principe d'équivalence information-entropie que nous avons réfutée ci-dessus.

4. *Mémoires à bascule*

Les travaux de Boltzmann et Maxwell qui ont donné naissance à la thermodynamique statistique, et l'expérience de pensée de Szilard, ont suggéré récemment un certain nombre de réalisations de nano-moteurs permettant d'extraire de l'énergie des fluctuations thermodynamiques. Ces travaux utilisent également des systèmes à deux états, même si leur objectif n'est pas de réaliser un bit de mémoire. Ils mettent aussi en évidence une variation d'entropie $\Delta S = K_B \log 2$ lors des transitions entre ces états. Nous allons analyser deux de ces expériences.

Expérience D

Koski et al [KMPA14] réalisent une boîte à électron unique (SEB / single electron box) pour créer un courant électrique obtenu par effet tunnel quantique. Cette SEB peut se trouver dans l'état 0 si elle ne contient aucun électron ou dans l'état 1 si elle en contient un. Elle est reliée en amont à un réservoir à électrons par l'intermédiaire d'un transistor à électron unique (SET / single electron box) qui permet le passage d'électrons un par un, par effet tunnel quantique. Les mémoires bistables des expériences précédentes utilisent deux paramètres de contrôle, le premier configurant les deux puits de potentiel, et le second forçant les transitions d'un état à l'autre. Ici un seul paramètre réalise le profil de potentiel qui sépare les deux états possibles, et les transitions sont spontanées, dues à l'effet tunnel, avec une probabilité qui dépend de l'écart ΔE entre les niveaux d'énergie des états 0 et 1.

La figure 4 montre le fonctionnement de cette mémoire à bascule. Elle représente le profil de potentiel qui dépend d'une tension appliquée au transistor, permettant de stabiliser la boîte à électron dans un des deux états. Quand la différence de niveaux d'énergie tend vers zéro, le système se met à osciller entre les deux états, randomisant le bit d'information qu'il contenait. Si on le maintient dans

[3] On peut obtenir une valeur inférieure à n en mesurant la quantité d'information, soit selon la formule de Shannon (section 8), soit selon la théorie algorithmique de l'information, mais on ne peut en aucun cas parvenir à une valeur nulle.

cet état, la valeur du bit est aléatoire. On a ainsi réalisé une nouvelle forme d'effacement d'un bit, différente du *reset to one* de Landauer et de l'état monostable des expériences A et B.

L'expérience D consiste à basculer la mémoire pour inverser un bit en mode quasi-statique. Il se produit alors des transitions spontanées d'un état à un autre, qui provoquent des conversions entre énergies électrique et thermique. Soit $\Delta E = E_{post} - E_{ante}$ l'écart d'énergie entre les états avant et après transition. Si $\Delta E < 0$ l'énergie thermique $\Delta Q = \Delta E$ est transformée en énergie électrique, et inversement si $\Delta E > 0$. L'expérience montre que lors de l'inversion du bit, le fait de passer d'un état 0 ou 1 à l'état d'équilibre provoque en moyenne la conversion d'une quantité de chaleur $Q = K_B T \log 2$ en énergie électrique. Puis quand on passe de cet état d'équilibre à un état 0 ou 1, il se produit la conversion inverse. Cet état d'équilibre énergétique du système correspond à une nouvelle forme d'effacement d'un bit, différente *du reset to one* et de la disparition, il s'agit d'une *randomisation*.

Puisque l'effacement, au sens de Landauer, consiste à effectuer une ou deux inversions de bit, cette mémoire permet donc de le réaliser sans dépense d'énergie, au contraire de la mémoire bistable. On réalise donc une opération logiquement irréversible, de manière physiquement réversible.

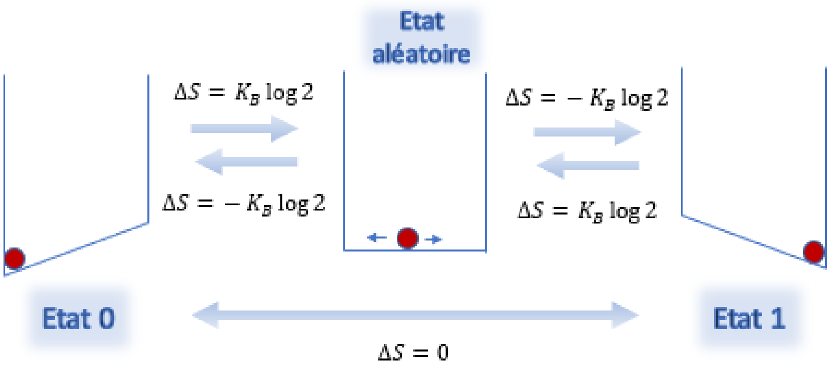

Figure 4. *Transitions d'une mémoire à bascule*

Expérience E

Ribezzi et Ritort [RiRi19] exploitent une propriété d'un fragment d'ADN qui lui permet de passer d'un état plié (état 0) à un état déplié (état 1) en fonction de la force de traction exercée sur une extrémité de la molécule. Celle-ci est reliée par un autre fragment d'ADN, fonctionnant comme un ressort, à un dispositif permettant de contrôler la longueur de l'ensemble et de mesurer la force de traction. Le principe de fonctionnement suit le schéma de la figure 4.

Ce système permet de produire de l'énergie mécanique par des fluctuations thermodynamiques qui provoquent des sauts d'un état à un autre quand leur niveau énergétique est proche. Il forme aussi une mémoire à bascule, dotée d'un seul paramètre de contrôle, et les mesures ont également mis en évidence les mêmes transitions d'état réversibles que dans l'expérience précédente.

5. Nouvelle approche théorique

Puisque les théories ci-dessus de Szilard et von Neumann n'expliquent pas le fonctionnement de la machine de Szilard, et que l'analyse des expériences ne confirme pas le principe de Landauer, il nous faut rechercher une théorie alternative qui prenne en compte les éléments suivants :

- Dans la machine de Szilard, la fermeture de la paroi mobile provoque un transfert soudain d'énergie de $\Delta E = K_B\ T\ \log 2$, qui est ensuite partiellement transformée en chaleur de façon irréversible.

- Dans une mémoire bistable la disparition ou l'inversion d'un bit provoque la transformation irréversible en chaleur d'une énergie $\Delta E = K_B\ T\ \log 2$, même en processus quasi-statique.

- Dans une mémoire à bascule, l'inversion d'un bit est réversible en mode quasi-statique, et la randomisation d'un bit produit réversiblement une énergie $\Delta E = K_B\ T\ \log 2$.

Pour ces deux types de mémoire il est nécessaire que la différence de potentiel entre les deux états 0 et 1 soit largement supérieur à $K_B T$, qui est le niveau d'énergie des fluctuations thermodynamiques, pour assurer la stabilité de états 0 et 1. En effet la période moyenne de stabilité d'un tel système est donnée par la formule $\tau = \tau_0\ e^{\frac{\Delta E}{K_B T}}$, τ_0 étant une constante [BAPC12].

Il convient de noter par ailleurs que dans toutes ces expériences, les résultats de mesure d'énergie forment une courbe gaussienne dont l'écart-type est important, pouvant dépasser 50% de la valeur moyenne, ce qui est dû à la dispersion des fluctuations thermiques ou de l'effet tunnel.

Mémoire bistable

Considérons l'espace de phases d'une mémoire bistable, en ne nous intéressant qu'à ses deux états stables, et à l'entropie correspondante. Dans son état initial, qu'il soit 0 ou 1, les deux états sont accessibles, son espace de phases contient deux configurations. Du point de vue de l'équation de Boltzmann $S = K_B \log W$, nous avons W = 2, et son entropie est donc $S = K_B\ log\ 2$.

Si les deux états fusionnent en un état monostable (expériences A et B), l'espace de phase est réduit à une configuration, donc W = 1 et son entropie devient $S = 0$. L'entropie a donc varié de $\Delta S = -\ K_B \log 2$, correspondant à une quantité de chaleur $\Delta Q = -\ K_B T \log 2$ transmise à l'environnement. Pour ce faire il a fallu fournir une énergie équivalente, soit $\Delta E = K_B T\ \log 2$.

Si l'on force la transition d'un état vers un autre (expérience C), l'espace de phase est également réduit à W = 1 au moment de la transition, puisque l'état initial devient inaccessible, au moins pendant un certain temps. On retrouve alors la même variation d'entropie et le même transfert de chaleur que précédemment.

Il reste cependant une question à résoudre. Les mesures des expériences A et B montrent que l'on peut reconstituer un état bistable à partir d'un état monostable sans dépense d'énergie (ou plus exactement négligeable par rapport à $\Delta E = K_B T\ \log 2$). De même, un fois que l'on a mis fin aux conditions de forçage de la transition dans l'expérience C, l'état bistable redevient accessible sans dépense d'énergie. Or selon l'équation de Boltzmann on passe dans ces deux cas de W = 1 à W = 2, ce qui correspond à $\Delta S = K_B \log 2$, et le système devrait donc restituer une énergie $\Delta E = K_B T\ \log 2$, comme cela se produit dans la machine de Szilard. Ceci n'est pas confirmé par les trois expériences A, B et C. Nous y reviendrons.

Mémoire à bascule

Dans les mémoires à bascule des expériences D (présence d'un électron) et E (liaison moléculaire) les mesures montrent que les échanges d'énergie sont réversibles, sans augmentation globale de l'entropie. Les transitions y sont spontanées. Elles sont facilitées par le rapprochement des niveaux d'énergie des états 0 et 1, mais elles sont provoquées par les fluctuations thermodynamiques ou par l'effet tunnel quantique, et non pas forcées par un paramètre de contrôle comme dans une mémoire bistable.

Lors de la randomisation d'un bit, on retrouve la transition de W = 1 à W = 2, et le transfert d'énergie $\Delta E = K_B T \ \log 2$, correspondant à l'application du théorème de Boltzmann.

6. Hypothèse quantique

Revenons à la machine de Szilard. Pour comprimer le volume occupé par la molécule, il est possible de pousser le clapet de l'extrémité du cylindre jusqu'à son milieu, comme un piston. Le résultat est le même que si l'on ferme directement le clapet au milieu du cylindre, comme dans l'expérience de pensée de Szilard. Mais dans ce dernier cas la physique classique ne peut expliquer comment une force transversale peut avoir un effet dans une direction orthogonale, celle de l'axe du cylindre.

A partir de plusieurs des constatations qui précèdent, à savoir :

- l'impossibilité de résoudre le paradoxe du démon de Maxwell par les théorèmes de mécanique classique, notamment dans le cas simplifié de la machine de Szilard,
- l'intervention directe de phénomènes quantiques dans les expériences A (inversion de spins), D (effet tunnel électronique) et E (liaison moléculaire),
- et le fait que l'entropie en jeu ($K_B \log 2$) soit une constante, indépendante des caractéristiques des objets mis en oeuvre dans les expériences (masse de la bille, énergie de magnétisation de l'aimant, masse ou fréquence de la lame vibrante, énergie de l'électron),

je propose l'hypothèse selon laquelle toutes ces transitions sont de nature quantique, thermodynamiquement irréversibles quand elles sont forcées (mémoires bistables et machine de Szilard), et réversibles quand elles sont spontanées (mémoires à bascule).

Dans les expériences précédentes, les transitions des mémoires bistables sont forcées. Mais il est possible de concevoir une mémoire bistable dont les transitions seraient spontanées. Il suffirait pour cela d'agir sur la barrière de potentiel, en l'abaissant pour permettre une transition spontanée, pour la remonter aussitôt cette transition détectée. En effet, selon la présente théorie, c'est le fait de forcer une transition qui provoque un phénomène de décohérence quantique, par nature irréversible. Le forçage met fin à la superposition de deux états, comme le fait n'importe quelle mesure sur un système quantique.

Ceci peut expliquer pourquoi la formule de Boltzmann ne s'applique pas après l'inversion d'un bit dans une mémoire bistable (expérience C). A cet instant, après que le forçage ait réduit l'espace de phases de W = 2 à W = 1, le système se retrouve naturellement à W = 2, sans autre action, sans modification discontinue de la fonction d'onde du système. Le même phénomène se produit quand on reconstitue un état bistable à partir de l'état monostable (expériences A et B), ou à partir d'un état randomisé (expérience E), pour recréer un bit d'information.

Il reste à expliquer comment les équations de la physique quantique interviennent dans les systèmes mécaniques mésoscopiques des expériences B (billes de verre) et C (lame vibrante).

L'entropie et l'énergie en jeu dans toutes les transitions de ces mémoires sont très faibles[4] et très inférieures à celles des mémoires informatiques actuelles.

7. Théorème des transitions et relation information-entropie

Une mémoire bistable est un système physique qui possède deux états stables séparés par une barrière de potentiel, et tel que l'on puisse obtenir une transition d'un état à l'autre de manière

[4] Soit $\Delta E = 2.9\ 10^{-21}$ J à 300 K, et $\Delta S = 0.96\ 10^{-23}$ J/K. Les variations de température sont en général également très faibles. Par exemple la bille de l'expérience C (masse 10^{-11} g) s'échauffe de $0.36\ 10^{-9}$ K à chaque transition.

spontanée, ou forcée à l'aide d'un paramètre de contrôle. Il est possible de fusionner les deux états en un état monostable, ce qui fait disparaître l'information.

Une mémoire à bascule est un système physique qui possède deux états stables séparés par un écart de potentiel, et tel que, en agissant sur cet écart, on modifie la probabilité de transition spontanée d'un état à l'autre. On peut de cette manière inverser l'état de la mémoire.

La barrière ou l'écart d'énergie qui sépare les deux états stables doit être nettement supérieure à $K_B T$ pour éviter des transitions non souhaitées.

Théorème des transitions :

1) Une mémoire bistable subit une soudaine augmentation d'entropie de valeur moyenne $K_B\, log\, 2$ quand on la force à quitter un état bistable, soit vers l'autre état bistable, soit vers un état monostable. Il se produit une dissipation d'énergie dont la moyenne est au moins égale à $K_B\, T\, log\, 2$, K_B étant la constante de Boltzmann (1.380 10^{-23} J/K) et T la température absolue, l'égalité pouvant être atteinte en régime quasi-statique.

2) L'inversion d'état d'une mémoire à bascule ou bistable par transition spontanée peut être obtenue réversiblement, sans augmentation globale d'entropie.

On peut imaginer une mémoire n-stable, qui possède n états stables et telle que la transition d'un état à un autre peut être commandée à tout moment. Elle comporte un point de bifurcation commun aux n états, permettant de passer de n'importe quel état à n'importe quel autre état. Sous réserve de vérification expérimentale ou de démonstration par la physique quantique, le théorème précédent doit pouvoir se généraliser. En passant d'un état n-stable à un autre état n-stable par le point de bifurcation, le système subirait un saut quantique d'entropie supérieure ou égale à $K_B \log n$ et il y aurait transfert d'énergie d'au moins $K_B\, T\, \log n$.

Réversibilité physique et réversibilité logique

Dans son article de 1961 Landauer [Land61] stipule qu'« un dispositif est logiquement irréversible si sa sortie ne définit pas son entrée de manière unique », et il ajoute que « l'irréversibilité logique implique l'irrréversibilité physique, laquelle est accompagnée d'effets dissipatifs ». Il affirme plus loin qu'un calculateur réversible ne peut utiliser que des opérations logiques réversibles qui sont limitées à l'identité, la négation, le *ou exclusif* et sa négation. Tout ceci revient à affirmer qu'un dispositif est physiquement réversible si et seulement s'il est logiquement réversible, sous réserve que l'on ne mémorise pas l'historique des opérations qui permettrait évidemment de les effectuer à rebours.

Des résultats qui précèdent on peut conclure qu'il convient d'amender ce principe de la manière suivante :

Les opérations de disparition ou d'effacement (au sens de Landauer à savoir *reset to one* ou *reset to zero*) d'un bit, qui sont logiquement irréversibles, sont physiquement irréversibles quand elles sont forcées, et réversibles quand elles sont spontanées.

L'opération d'inversion d'un bit, qui est logiquement réversible, est physiquement irréversible quand elle est forcée, et réversible quand elle est spontanée.

Non-équivalence entre information et entropie

L'analyse du paradoxe de Maxwell nous a conduit à réfuter la solution de von Neumann qui proposait une forme d'équivalence entre l'information et l'entropie.

Le tableau 1 ci-dessous résume les différents types de correspondance entre entropie et bit d'information qui résultent de l'analyse qui précède.

- L’inversion ou la disparition d’un bit pour la mémoire bistable s’accompagnement d’une augmentation globale d’entropie de $\Delta S = K_B \log 2$ et l’opération *reset to one*, équivalent en moyenne à 1,5 inversions, provoque 1,5 fois cette valeur.

- La création d’un bit peut se faire sans augmentation d’entropie pour les mémoires bistables. Pour les mémoires à bascule, la création, l’inversion et l’effacement d’un bit sont réversibles et se font à variation d’entropie moyenne nulle.

- La randomisation d’un bit dans une mémoire à bascule permet d’extraire de l’environnement $\Delta S = K_B \log 2$, de manière réversible.

Ce tableau montre qu’il n’existe pas de relation générale entre information et entropie, et que nous devons donc renoncer au principe d’équivalence entre information et entropie.

Opérations sur un bit	**création**	**inversion**	**effacement (*reset to one*)**	**disparition randomisation**
Mémoire bistable	$\Delta S = 0$	augmentation $\Delta S = K_B \log 2$	augmentation $\Delta S = 1.5\, K_B \log 2$	augmentation $\Delta S = K_B \log 2$
Mémoire à bascule	$\Delta S = 0$	$\Delta S = 0$	$\Delta S = 0$	transfert $\Delta S = K_B \log 2$

Tableau 1. *Augmentation ou transfert moyen d’entropie ΔS par opération sur un bit physique*

8. Information et entropie – La formule H de Shannon

Le principe d'équivalence information-entropie a été explicité pour la première fois par von Neumann [Neum32]. Il est majoritairement accepté jusqu'à nos jours bien qu’il fasse l’objet d’un certain nombre de contestations. On en trouvera un bref historique en Annexe.

Claude Shannon a indirectement contribué à le diffuser par son article de 1948 sur la théorie de la communication [Shan48]. Son article a conduit à de multiples applications au cours du développement des communications et de l'informatique, qu’il ne s’agit pas de remettre en cause. En revanche on peut discuter de son utilisation du terme entropie, sur une suggestion de von Neumann, pour définir une mesure probabiliste de la quantité d'information, par analogie avec l'équation de Boltzmann. Il définit l'entropie de l'information par la formule : $H = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$ qui donne la quantité d'information moyenne portée par un symbole, appartenant à un code comportant n symboles, dont chacun a une probabilité d'occurrence p_i. Si les symboles sont équiprobables, on retrouve la formule de Hartley : $Ha = K \log n$ (voir Annexe). En prenant $K = 1/\log 2$, l'unité de mesure est le bit, pour un code limité à deux symboles.

L'intérêt de la formule de Shannon tient à ce qu'elle donne le volume d'information minimum auquel on peut ramener un message à l'aide d'un transcodage adapté. En réalité il est possible d'obtenir un taux de compression plus élevé si on tient compte des probabilités de séquences de symboles. Shannon lui-même a étudié cette possibilité [Shan51]. Un n-gram étant une séquence de n symboles, si on calcule, par statistiques sur un corpus donné, la probabilité de présence du $n^{\text{ième}}$ symbole en fonction des (n-1) qui le précèdent, on peut largement réduire le volume d'information par symbole. Les résultats de Shannon pour la langue anglaise, à partir d'un certain corpus, et en utilisant l'alphabet anglais de 26 caractères, donne les valeurs suivantes par symbole : unigram : 4,14 bits (correspondant à la formule de Shannon ci-dessus), bigram : 3,56, trigram : 3,3, que l'on peut comparer à ce que donne la formule de Hartley : $\log_2 26 = 4{,}70$ bits.

Cela montre bien que la formule H ne possède pas le caractère d'universalité qu'on lui prête souvent. Par ailleurs le choix du mot entropie pour désigner cette mesure a largement contribué à répandre la confusion entre l'information et l'entropie, en sous-entendant leur équivalence.

9. Le paradoxe de l’information - la nature de l'information

Jacob Bekenstein [Beke19] s'interrogea en 1973 sur ce qu'il advient de l'information contenue dans la matière quand celle-ci est absorbée par un trou noir. Il considère que l'entropie d'un système ou d'une certaine quantité de matière est équivalente à l'information nécessaire pour décrire totalement ce système (par la vitesse et le moment cinétique de chacune de ses particules). Selon sa théorie, si cette information est perdue, dans la mesure ou rien ne peut sortir d'un trou noir, cela contredit le principe d'unitarité de la physique quantique. C'est ce qu'il nomme le paradoxe de l'information, qui donnera lieu à un débat, notamment avec Stephen Hawking, pendant plusieurs décennies.

De son côté, John Wheeler, qui dirigea la thèse de Bekenstein, proposa le slogan "*it from bit*" pour exprimer, selon lui, le caractère universel de l'information [Zure90], au même niveau que la masse et l'énergie, sinon encore plus fondamental, pour expliquer la nature du monde physique,

La réfutation du principe d'équivalence entre information et entropie réduit à néant ces spéculations. Le paradoxe de l'information revient simplement à s'interroger sur ce que devient toute matière qui est absorbée par un trou noir, ainsi que son entropie. S'il s'agit d'un artefact porteur d'information tel qu'un livre, une inscription lapidaire ou une mémoire informatique, il est fort probable que les énormes pressions qui règnent dans le trou noir détruisent leur support matériel, pour en rendre toute information inexploitable. Mais cela n'implique même pas que ces informations soient détruites. Il suffit en effet qu'il en subsiste quelque part une seule copie pour qu'elles soient conservées.

Il n'est pas inutile de rappeler que tous les développements qui précèdent, à propos du lien entre information et entropie, ne concernent que la matérialisation d'une information sous la forme de systèmes physiques à deux états pour représenter un bit, et non l'information elle-même qui est une entité immatérielle. Par ailleurs cela ne constitue qu'un sous-ensemble, historiquement très récent, de l'information manipulée par les animaux et les humains sous la forme de signaux codés de toutes formes: danse des abeilles, cris des singes vervets, parole humaine, écrits tracés sur la surface plane d'un matériau ou projetés sur un écran, etc.

L'information relève de l'évolution biologique et non du monde minéral [Argo20]. Elle a été créée d'abord sous la forme des molécules d'ARN et d'ADN, au sens où elles sont porteuses d'un code et où elles sont dotées de la propriété d'autoréplication, puis sous la forme de proto-langages animaux (abeilles, singes vervets, etc.), et enfin par la faculté de langage des humains.

10. Conclusion

La solution du paradoxe du démon de Maxwell, proposée par Szilard et von Neumann, reposait sur une équivalence entre le concept objectif d'entropie et la notion subjective d'information ou de connaissance. L'étude d’une variante simple de la machine de Szilard montre que l'information n'y joue aucun rôle, ce qui réfute la solution du paradoxe de Maxwell conçue par von Neumann ainsi que le principe d'équivalence information-entropie.

Ce principe a conduit Landauer à proposer sa limite de coût énergétique d'effacement d'un bit d'information dans le cas de la mémoire bistable. Des expériences récentes réalisées pour valider cette limite démontrent finalement qu'il faut au contraire l'amender dans le sens où c'est l'inversion et la disparition d'un bit qui requièrent de l'énergie, et non son effacement au sens de Landauer, et qu’à une opération logique réversible peut correspondre une opération physiquement irréversible. D’autres expériences entreprises pour confirmer le principe d’équivalence information-entropie mettent en oeuvre une mémoire à bascule, qui échappe à la limite de Landauer et qui peut être thermodynamiquement réversible.

L’étude approfondie de ces deux types d’expériences nous a amenés à proposer l'hypothèse selon laquelle les transitions de ces mémoires révèlent leur nature quantique. Dans trois de ces expériences concernant des spins, un électron ou une molécule, le caractère quantique de ces transitions n’est pas surprenant. Pour les deux autres expériences, effectuées à un niveau mésoscopique, il reste à élucider comment peuvent y intervenir les équations de la physique quantique.

Ceci nous conduit à regarder le paradoxe du démon de Maxwell sous un nouvel angle. Les expériences dévoilent en réalité deux types de démons de Maxwell. Un démon proactif, qui force les transitions d’état dans une mémoire et la fermeture du clapet de la machine de Szilard, et un démon réactif, qui détecte un changement d’état spontané, dû aux fluctuations thermiques ou à l’effet tunnel, et qui permet d’en exploiter l’énergie dans une nano machine. Ce démon réactif devrait permettre d’exploiter une mémoire bistable de manière quasi réversible, en contrôlant la hauteur de la barrière de potentiel pour inverser le bit d’information sans apport d’énergie.

Le principe d'équivalence information-entropie a conduit Shannon à définir l'entropie d'information, qui n'est qu'une des mesures possibles d'une quantité d'information, et qui a l'inconvénient de dépendre des statistiques de son contexte d'utilisation. Le choix discutable du terme entropie pour désigner cette peudo-mesure a contribué largement à diffuser ce principe d'équivalence, jusqu'à faire de l'information la troisième composante du monde physique avec la matière et l'énergie, aux yeux de certains physiciens, quand elle n'est pas vue comme l'origine même du monde physique tout entier, matière, énergie et gravitation comprises.

Annexe – Bref historique de la confusion information-entropie

L'apparition du concept d'information dans sa version moderne a suivi deux cheminements parallèles, entre physiciens et ingénieurs, que von Neumann en tant que mathématicien, physicien et ingénieur a contribué à faire converger.

Harry Nyquist (1889-1976) après un doctorat de physique travailla chez ATT puis aux laboratoires Bell pour optimiser la transmission télégraphique. Il fut le premier à quantifier les messages transmis par code morse. Un des objectifs de son article [Nyqu24] consistait à choisir les codes permettant de transmettre un maximum de quantité *d'intelligence*[5] en fonction du type de signal utilisé. Il considère des signaux électriques codés selon plusieurs niveaux de potentiel, jusqu'à 16 niveaux. Il appelle W la vitesse de transmission d'*intelligence* et m le nombre de valeurs possibles du signal ou du code utilisé et propose la formule $W = K \log m$, K étant une constante. Il est ainsi le premier à introduire les logarithmes pour quantifier l'information, qui sera reprise et précisée par Hartley puis par Shannon.

L’ingénieur Robert Hartley (1888-1970), qui travailla à la Western Electric, puis aux laboratoires Bell comme Nyquist, franchit une étape importante dans son papier "Transmission de l'information" [Hart28] où il considère tous les types de signaux analogiques tels que la voix, l’image, la télévision, ou les signaux digitaux tels que le code morse ou le codage alphabétique d'un texte. Sans définir explicitement l’information, il la présente comme une séquence de symboles, communiqués d’un émetteur à un récepteur. Si le code est constitué de s symboles, il exprime la quantité d’information d’un message de n symboles par la formule $H = n \log s$.

Il applique sa formule au code Baudot, que son inventeur, Emile Baudot (1845-1903) avait mis au point en 1877 pour augmenter la rapidité de transmission par téléscripteur. Chaque caractère y est codé

[5] Ce mot est à prendre ici au sens de *renseignements* en français (cf. "Renseignements généraux" ou CIA = Central Intelligence Agency).

sur un ruban perforé par une ligne transversale de 5 perforations possibles, ce qui donne un code à 5 chiffres binaires, permettant de représenter 2^5 soit 32 caractères. Pour augmenter le nombre de possibilités pour les caractères les moins fréquents, dont les chiffres de 0 à 9, des caractères spéciaux et la ponctuation, il utilise deux lignes consécutives de perforations. La technique a été utilisée pendant plusieurs décennies et a fait l'objet de plusieurs standards internationaux. Elle permettait de conserver une trace matérielle des messages transmis sous la forme des rubans perforés. Hartley montre qu'une ligne de 5 perforations possibles contient une quantité d'information de 5 log 2. Il étend son analyse à la parole, constituée d'une séquence de mots, qu'il considère comme des symboles secondaires, constitués eux-mêmes de symboles primaires que sont les lettres.

L'année suivante le physicien Leo Szilard (1898-1964) apporte sa réponse au paradoxe du démon de Maxwell par son expérience de pensée décrite en section 2. Il attribue l'énergie qui permet de diminuer l'entropie du système à l'opération de mesure de la position de la molécule dans l'enceinte.

John von Neumann (1903-1957) partageait les origines hongroises de Szilard, qu'il retrouva à Berlin lors des ses études puis aux Etats-Unis. Il publie ses "Fondements mathématiques de la mécanique quantique" [Neum32] qui constituent une étape importante de l'histoire de la physique quantique. Il consacre un paragraphe de son livre à l'expérience de Szilard. Il y explicite pour la première fois l'idée d'un lien entre entropie et information (ou connaissance, qu'il utilise comme synonyme de l'information dans ce texte).

Il écrit (p.260) « Pour un observateur classique, qui connait toutes les positions et moments [des molécules], l'entropie est constante et est égale à zéro, puisque ce cas correspond à l'état de connaissance maximal de l'observateur vis-à-vis du système. L. Szilard a montré que l'on ne peut acquérir cette "connaissance" sans une augmentation d'entropie de $k \log 2$. En général $k \log 2$ est la "valeur thermodynamique" de la connaissance qui permet de distinguer un cas parmi deux alternatives. »

Ces deux phrases contiennent en germe toute la confusion entre entropie et information (ou connaissance) qui prospérera plus tard. Pour s'assurer qu'il ne s'agit pas d'une erreur de transcription, on peut relire les lignes qui les précèdent, à propos de l'expérience de Szilard. « Nous avons échangé notre connaissance contre une diminution d'entropie de $k \log 2$. Ou : l'entropie est la même dans le volume V que dans le volume V/2, sous réserve que nous connaissions dans le premier cas dans quelle moitié de l'enceinte doit se trouver la molécule. Donc, si nous connaissions toutes les propriétés (position et moment) de la molécule avant le début du processus de diffusion, nous pourrions calculer à tout moment si elle est dans la moitié gauche ou la moitié droite, et l'entropie n'aurait pas été modifiée. Mais si la seule information à notre disposition était l'information macroscopique que la molécule était dans la moitié droite (ou gauche) de l'enceinte, alors l'entropie augmenterait lors de la diffusion ».

Von Neumann écrit donc clairement que l'entropie d'un système, supposée être une propriété physique intrinsèque de ce système, dépend de la connaissance qu'en a un observateur, de l'information dont il dispose. Qu'on réfléchisse à l'absurdité de la situation dans le cas où l'observateur a subitement une perte de conscience à cet instant, ou s'il décède : est-ce que l'entropie s'en trouve subitement modifiée ? Cet ouvrage de Von Neumann a pendant longtemps été une référence en mécanique quantique. Il est pourtant difficile de soutenir aujourd'hui cette conception subjective d'une quantité physique objective, qui s'est glissée dans ce paragraphe.

Robert Shannon (1916-2001), après des études d'ingénierie électrique qu'il finalise par un mémoire de Master très remarqué sur l'application de l'algèbre de Boole aux circuits électriques à relais, effectue une thèse de PhD "Une algèbre pour la génétique théorique", avant de rejoindre en 1940 *l'Institute for Advanced Study de Princeton* où il lui arrive de collaborer avec John von Neumann. Pendant la seconde guerre mondiale on le retrouve aux Bell Labs où il se consacre à la cryptographie, et où il rencontre Alan Turing. Il synthétise sa recherche en cryptographie en un rapport classifié "*A Mathematical Theory of Cryptography*" [Shan45], qui a récemment été rendu public. Il y traite « du cas d'information discrète, où l'information à encrypter consiste en une séquence de symboles discrets, choisis dans un ensemble fini. Ces symboles peuvent être des lettres ou des mots d'une langue, des niveaux d'amplitude d'une parole ou d'un signal vidéo "quantifié", etc., mais le travail a été focalisé sur le cas des lettres ». Nulle part ailleurs dans ses publications il ne donnera une définition plus précise de l'information, qui se présente donc ici comme une séquence de symboles discrets choisis dans un ensemble fini.

Il propose de mesurer l'information, qu'il assimile à un choix, à une incertitude, par la formule $H = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$ avec le commentaire suivant : « Des quantités telles que $\sum p_i \, log \, p_i$ se rencontrent dans la mesure de variables aléatoires, en particulier en mécanique statistique. C'est ainsi qu'est défini le H du théorème H de Boltzmann, p_i étant la probabilité qu'un système soit dans l'état i de son espace de phases. La plupart des formules relatives à l'entropie[6] contiennent des termes de ce type ». Ou : « La base du logarithme utilisé dans la formule définit l'unité de mesure. En base 10 nous dirons que la mesure s'exprime en *digits*, et en base 2 en *alternatives* ».

C'est sa publication de 1948 "A Mathematical Theory of Communication" [Shan48] qui a donné naissance à la théorie de l'information. Il y traite de problèmes de codage de messages transmis par différents types de signaux électriques et radio, et en présence de signaux parasites, afin d'optimiser le débit d'un canal de communication. Il cite les travaux de Nyquist et Hartley auxquels il emprunte la formule $H = n \log s$ et il développe l'approche probabiliste en $p_i \log p_i$, en insistant sur le fait qu'il convient de laisser de côté tout aspect sémantique des messages : « Les aspects sémantiques de la communication ne sont pas pertinents pour traiter le problème d'ingénierie ».

Il reprend l'argumentation de son article classifié, mais on n'y trouve pas d'autre référence à la thermodynamique. Il semble qu'il n'ait jamais affirmé que cette entropie d'information soit identique ou équivalente à l'entropie thermodynamique. On y trouve la première apparition du mot bit : « le choix de la base du logarithme définit l'unité de mesure de l'information. En base 2, l'unité peut être nommée "binary digit", ou "bit" en abrégé, comme suggéré par J.W. Tukey ».

Il démontre dans cet article que la formule H ci-dessus correspond au meilleur codage possible pour transmettre une information quand on connaît les probabilités p_i. Cette formule a été le point de départ de la plupart des travaux sur la compression de données, mais elle a également parfois été appliquée hors des limites de son domaine de validité.

La première limite tient au fait qu'elle s'applique aux probabilités d'utilisation des symboles indépendamment de ceux qui le précèdent. Or dans ce même article Shannon montre que la fréquence d'utilisation d'une lettre dépend de la ou des lettres qui la précèdent. Il évoque l'étude possible de probabilités conditionnelles de "digrams", de "trigrams", de "n-grams", qui permettent une meilleure compression de l'information que la formule H (voir section 8).

La deuxième limite est inhérente à son fondement statistique. La valeur de H dépend du corpus de textes sur lequel sont calculées les statistiques de fréquence. Or la fréquence d'emploi des mots et des caractères dépend du type de texte, du lieu et de l'époque que l'on prend comme référence, puisque le vocabulaire moyen dépend de ces paramètres. Cette fréquence n'a aucun caractère absolu.

Pour ces deux raisons, la formule H de Shannon qui est quasi universellement utilisée aujourd'hui pour mesurer la quantité d'information, ne possède pas les caractéristiques d'une mesure.

Quelques mois après Shannon, en 1948, Norbert Wiener (1894-1964) propose une mesure d'information équivalente [Wien48], bien que présentée sous la forme de l'intégrale d'une fonction de probabilité, avec le commentaire : « Cette quantité qui définit le volume d'information est la valeur

[6] Ceci est la seule et unique apparition du mot *entropie* dans cette publication.

négative de ce que l'on définit comme l'entropie dans des situations similaires ». Il ajoute que cette idée résulte d'une communication personnelle avec John von Neumann.

Léon Brillouin (1889-1969), physicien français émigré aux Etats-Unis en 1940 après avoir été professeur au Collège de France, publie en 1959 un livre intitulé "La science et la théorie de l'information" [Bril59] dans lequel il développe et prolonge les idées de Shannon et Wiener. Il commence par définir l'information comme une entité mathématique (on retrouve la formule de Hartley)
$I = K \log P$, P étant le nombre de possibilités d'un événement. Puis il reprend la formule H de Shannon pour définir la mesure de l'information dans le cas de probabilités *a priori* p_i des symboles $I/symbole = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$.

Il inclut dans son livre les résultats de l'étude de Shannon de 1945, en indiquant que la formule ci-dessus donne « une valeur exacte de l'information moyenne par lettre », avec pour résultat 4,76 bits / lettre pour les unigrams, 4,03 pour les digrams, 3,32 pour les trigrams et 3,1 pour les 4-grams. On remarquera que ces chiffres sont différents de ceux qui sont cités en section 8. Ceci parce que la première série prenait en compte l'alphabet anglais de 26 lettres, alors que celle-ci inclut le caractère espace dans le calcul (les deux sont empruntées à l'article de Shannon). C'est ainsi qu'il illustre lui-même le caractère relatif de la mesure.

Pour approfondir le lien avec l'entropie, que Shannon n'avait qu'évoqué, il analyse l'expérience de Szilard, et montre la possibilité de mesurer la vitesse d'une molécule par un procédé optique qui respecte la condition de Szilard d'une augmentation d'entropie de $K_B \log 2$. Puis, en se basant sur l'interprétation de von Neumann, il affirme que l'entropie négative (qu'il nomme « néguentropie ») peut être transformée en information et réciproquement, en précisant : « L'entropie mesure le manque d'information ; elle nous donne la quantité totale d'information qui fait défaut et qui est relative à la structure ultramicroscopique du système ». Dans un article ultérieur [Bril64] il ajoute : « La connaissance d'une information supplémentaire nous permet de définir plus précisément l'état d'un système, de diminuer son nombre d'états possibles, et de diminuer son entropie. *Toute information nouvelle augmente la néguentropie d'un système*[7] » .

Myron Tribus (1921-2016), un chercheur américain du MIT, adhère aux théories de Shannon et de Brillouin [Trib71] : « La connexion conceptuelle entre l'information et la seconde loi de la thermodynamique est maintenant solidement établie. [...] L'information et l'énergie sont inextricablement interconnectées ». Il rapporte cependant ce qu'il appelle une boutade de von Neumann, qu'il invite à prendre au sérieux. « En 1961 je demandai à Shannon ce qui lui était venu à l'esprit quand il avait finalement validé sa nouvelle mesure [de l'information]. Il me répondit « Mon principal souci a été de choisir comment la nommer. Je pensai l'appeler "information", mais le mot était trop usuel, et je décidai de l'appeler "incertitude". Quand j'en discutai avec John von Neumann, il eut une meilleure idée. Il me dit: « tu devrais l'appeler "entropie", pour deux raisons. D'abord ta fonction d'incertitude a déjà été utilisée sous ce nom-là en mécanique statistique, donc ce mot est déjà pris. Ensuite, et c'est plus important, personne ne sait ce qu'est vraiment l'entropie, ce qui te donnera toujours l'avantage dans un débat ».

Rolf Landauer (1927-1999) énonce en 1961 le principe qui porte son nom, énonçant que l'énergie minimale pour effacer un bit d'information est E = $K_B\ T \log 2$. Il le déduit de l'équation de Boltzmann, et en admettant l'équivalence entropie-information de von Neumann et Brillouin. En complément il montre que ce n'est pas le processus de mesure qui requiert cette énergie, mais l'effacement, en tant que processus physique irréversible, et que plus généralement à une opération logique irréversible correspond une opération physique irréversible.

[7] souligné par Brillouin

John Wheeler (1911-2008) un des grands physiciens du 20ième siècle se référera directement à Brillouin dans les années 1990 quand il inventera le slogan "*it from bit*". Dans l'introduction d'un livre collectif "Complexité, entropie et physique de l'information" [Zure90] il explicite ce slogan. « Tout provient du bit. Autrement dit, chaque particule, chaque champ de force, et jusqu'au continuum de l'espace-temps, tout hérite sa fonction, sa signification, son existence même – parfois indirectement dans certains contextes – des réponses d'un appareil de mesure à des questions par oui ou non, à des choix binaires, à des bits ». Il écrit ailleurs [Whee00] : « L'information n'est peut-être pas ce que nous apprenons sur le monde. C'est peut-être ce qui *constitue* le monde. »

Jacob Bekenstein (1947-2015) consacre sa thèse de PhD en 1974 aux trous noirs, effectuée sous la direction de Wheeler. Il s'y intéresse entre autres à ce que devient l'information quand elle est absorbée par un trou noir. Il partage la conception de von Neumann et Brillouin : « L'entropie d'un système mesure notre incertitude ou notre manque d'information sur la configuration interne du système », ou « Il est possible pour un agent extérieur de diminuer l'entropie d'un système en acquérant de l'information sur la configuration du système. » Il pose la question : « Imaginons qu'une particule tombe dans un trou noir de Kerr. Quand elle disparaît une certaine quantité d'information disparaît avec elle. [...] Nous nous attendons à ce que l'entropie du trou noir, en tant que mesure de l'information inaccessible, compense la perte d'information associée à la particule en augmentant de la valeur appropriée. Combien d'information est perdue avec les particules ? Il est clair que la quantité dépend de ce que l'on connaît de l'état interne de la molécule, de la façon dont elle tombe, etc. ».

Stephen Hawking (1942-2018). Au cours du débat sur le paradoxe de l'information dans lequel il intervient, Hawking adopte le principe d'équivalence information-énergie, comme le montrent les deux citations qui suivent : « Un trou noir dont on connait la masse, le moment cinétique et la charge peut avoir un grand nombre de configurations internes différentes, inaccessibles à l'observation, qui reflètent les différentes configurations initiales possibles de la matière qui s'est effondrée pour produire le trou noir. Le logarithme de ce nombre peut être considéré comme l'entropie du trou noir et est la mesure de la quantité d'information sur l'état initial qui a été perdue lors de la formation du trou noir » [Hawk76]. « L'entropie peut être considérée comme une mesure du désordre d'un système, ou, de manière équivalente, comme un manque de connaissance de son état » [Hawk16].

Réfutations de l'équivalence information-entropie

Un certain nombre de physiciens ont contesté cette équivalence. On trouvera une étude circonstanciée de leur argumentation dans [Leff90] qui cite Denbigh (1988), et dans [Thim12] qui reporte notamment des citations de Ter Haar (1954), Mandelbrot (1961), Goldsmith (1998), Mirowski (2002) et Pullen (2005). Mais ces auteurs ne disposaient pas de preuves expérimentales pour réfuter de manière définitive l'équivalence entre information et entropie qui remonte à Szilard et von Neumann.

Bibliographie

[Argo20] ARGOUARC'H, JEAN: *Archéologie du signe- Théorie unifiée de l'information et de la connaissance*. L'Harmattan., 2020

[BAPC12] BÉRUT, ANTOINE ; ARAKELYAN, ARTAK ; PETROSYAN, ARTYOM ; CILIBERTO, SERGIO ; DILLENSCHNEIDER, RAOUL ; LUTZ, ERIC: Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics. In: *Nature* Bd. 483 (2012), Nr. 7388, S. 187–189

[Beke19] BEKENSTEIN, JACOB D.: Black Holes and Entropy. In: *Jacob Bekenstein* : World Scientific, 2019 — ISBN 9789811203954, S. 307–320

[Benn82] BENNETT, CHARLES H.: The thermodynamics of computation—a review. In: *International Journal of Theoretical Physics* Bd. 21 (1982), Nr. 12, S. 905–940

[Bril59] BRILLOUIN, LEON: *La science et la théorie de l'information*. Jacques Gabay., 1959

[Bril64] BRILLOUIN, LÉON: Scientific Uncertainty and Information. In: *Academic Press* (1964)

[DaBe21] DAGO, SALAMBÔ ; BELLON, LUDOVIC: Fast is hot: energetics of information erasure and the overhead to Landauer's bound (2021). — arXiv: 2105.12023

[DiLu09] DILLENSCHNEIDER, RAOUL ; LUTZ, ERIC: Memory Erasure in Small Systems. In: *Physical Review Letters* Bd. 102, American Physical Society (2009), Nr. 21, S. 210601

[DPBC21] DAGO, SALAMBÔ ; PEREDA, JORGE ; BARROS, NICOLAS ; CILIBERTO, SERGIO ; BELLON, LUDOVIC: Information and Thermodynamics: Fast and Precise Approach to Landauer's Bound in an Underdamped Micromechanical Oscillator. In: *Physical Review Letters* Bd. 126 (2021)

[EaNo99] EARMAN, JOHN ; NORTON, JOHN D.: EXORCIST XIV: The Wrath of Maxwell's Demon. Part II. From Szilard to Landauer and Beyond. In: *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* Bd. 30 (1999), S. 1–40

[GaBe16] GAVRILOV, MOMČILO ; BECHHOEFER, JOHN: Erasure without Work in an Asymmetric Double-Well Potential. In: *Physical Review Letters* Bd. 117, American Physical Society (2016), Nr. 20, S. 200601

[GBMZ17] GAUDENZI, ROCCO ; BURZURÍ, ENRIQUE ; MAEGAWA, SATORU ; VAN DER ZANT, HERRE S. J. ; LUIS, FERNANDO: Quantum-enhanced Landauer erasure and storage (2017). — arXiv: 1703.04607

[Hart28] HARTLEY, RALPH: Transmission of information. In: *Bell System Technical Journal* Bd. 7 (1928), Nr. 3, S. 535–563

[Hawk16] HAWKING, STEPHEN: *Black Holes: The Reith Lectures* : Bantam, 2016

[Hawk76] HAWKING, STEPHEN: The Quantum Mechanics of Black Holes. In: *Scientific American* (1976), S. 34–40

[HLDB16] HONG, JEONGMIN ; LAMBSON, BRIAN ; DHUEY, SCOTT ; BOKOR, JEFFREY: Experimental test of Landauer's principle in single-bit operations on nanomagnetic memory bits. In: *Science Advances*, American Association for the Advancement of Science (2016)

[JuGB14] JUN, YONGGUN ; GAVRILOV, MOMČILO ; BECHHOEFER, JOHN: High-Precision Test of Landauer's Principle in a Feedback Trap. In: *Physical Review Letters* Bd. 113, American Physical Society (2014), Nr. 19, S. 190601

[KMPA14] KOSKI, JONNE V. ; MAISI, VILLE F. ; PEKOLA, JUKKA P. ; AVERIN, DMITRI V.: Experimental realization of a Szilard engine with a single electron. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* Bd. 111, National Academy of Sciences (2014), Nr. 38, S. 13786–13789

[Knot11] KNOTT, CARGILL GILSTON: „Quote from undated letter from Maxwell to Tait". Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait. In: *Cambridge University Press* (1911), S. 213–215

[Land61] LANDAUER, RALPH: Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process. In: *IBM Journal of Research and Development* Bd. 5 (1961), Nr. 3, S. 183–191

[Leff90] LEFF, HARVEY: *Maxwell's Demon : Entropy, Information, Computing*. Princeton University Press., 1990

[Neum32] VON NEUMANN, JOHN: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton University Press., 1932

[Nyqu24] NYQUIST, HARRY: Certain Factors Affecting Telegraph Speed. In: *Bell System Technical Journal* (1924)

[RiRi19] RIBEZZI-CRIVELLARI, M. ; RITORT, F.: Large work extraction and the Landauer limit in a continuous Maxwell demon. In: *Nature Physics* Bd. 15 (2019), Nr. 7, S. 660–664

[RMPP14] ROLDÁN, É ; MARTÍNEZ, I. A. ; PARRONDO, J. M. R. ; PETROV, D.: Universal features in the energetics of symmetry breaking. In: *Nature Physics* Bd. 10 (2014), Nr. 6, S. 457–461

[Shan45] SHANNON, CLAUDE: A Mathematical Theory of Cryptography (1945)

[Shan48] SHANNON, CLAUDE: A mathematical theory of communication. In: *Bell system Technical Journal* Bd. 27 (1948), Nr. 3, S. 379–423

[Shan51] SHANNON, CLAUDE: Prediction and entropy of printed English. In: *Bell system Technical Journal* (1951)

[Szil29] SZILARD, LEO: On the decrease of entropy in a thermodynamic system by the intervention of intelligent beings. In: *Zeitschrift fur Physik* Bd. 9 (1929), Nr. 4, S. 301–310

[Thim12] THIMS, LIBB: Thermodynamics ≠ Information Theory: Science's Greatest Sokal Affair. In: *Journal of Human Thermodynamics* Bd. 8 (2012), S. 120

[Trib71] TRIBUS, MYRON: Energy and Information. In: *Scientific American* (1971)

[Whee00] WHEELER, JOHN: Geons, Black Holes and Quantum Foam: A Life in Physics. In: *American Journal of Physics* Bd. 68 (2000)

[Wien48] WIENER, NORBERT: *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*. Reissue Of The 1961 Second Edition. Cambridge, MA, USA : MIT Press, 1948 — ISBN 978-0-262-53784-1

[Zure90] ZUREK, WOJCIECH: Complexity, Entropy And The Physics of Information. In: *Routledge & CRC Press* (1990)